

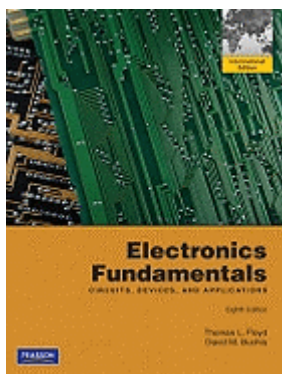
INF1411

PENSUM

V2012

Pensum fra forelesnings-foilere og læreboka

Joakim
Myrvoll
Johansen



Thomas L Floyd and David M. Buchla
*Electronics fundamentals, circuits,
devices, and applications, 8th edition,*
2010

Innhold

FORELESNINGER

1) Strøm, spenning, ladning og Ohms lov	8
- Lederegenskaper:	8
- Ladning:	8
- Strøm:	8
- Spenning:	9
- Kilder:	10
- Elektrisk krets:	10
- Resistans:	10
- Måling av spenning, strøm og resistans	10
- Ohms lov	10
2) Effekt, serielle kretser og Kirchhoffs spenningslov	11
- Energi og effekt	11
- Energitalp i resistorer	11
- Klassifisering av kretselementer	11
- Klassifisering av nettverkstopologier	12
- Serielle kretser	12
- Total resistans i serielle kretser	12
- Kirchhoffs spenningslov (KVL)	12
- Spenningsdeling	12
3) Parallele og parallell-serielle kretser og Kirchhoffs strømlov	14
- Parallellkrets	14
- Resistorer i parallell	14
- Kirchhoffs strømlov (KCL)	14
- Strømdivisjon	14
- Effekt i parallellkretser	14
- Serielle-parallellkretser	15
4) Vekselstrøm og kondensatorer	15
- Signaler som varierer	15
- Sinusformede signaler	15
- Strøm- og spenningsretning	15
- Øyeblikksverdi	16
- Peak-to-peak verdi	16

-	RMS-verdi	16
-	Gjennomsnittsverdi	16
-	Matematisk representasjon av sinus.....	17
-	Fasedreining	17
-	Analyse av AC-kretser.....	18
-	Sinussignaler med DC-offset	18
-	Andre bølgeformer	18
-	Kondensatorer.....	19
-	Oppladning og utladning av kondensatorer.....	20
-	Tidskonstant	20
-	Kapazitiv reaktans.....	21
5)	RC-kretser	21
-	Impedans og admittans	21
-	Total kapasitans for seriekoblede kondensatorer.....	22
-	Total kapasitans for parallellkoblede kondensatorer.....	22
-	Kapazitiv reaktans.....	22
-	Kapazitiv reaktans for seriell krets	23
-	Kapazitiv reaktans for parallell krets	23
-	Kapazitiv spenningsdeler	23
-	Fasedreining	24
-	Faseforhold mellom strøm og spenning.....	24
-	Effekt i kondensatorer	25
-	RC-kretser	25
-	Serielle RC-kretser	25
-	Total impedans i seriell RC-krets	26
-	Serielle kretser og Ohms lov, KVL og KCL	27
-	Faseforskjell strøm – spenning.....	27
-	Impedans, fasedreining og frekvens	27
-	RC lead/lag kretser	28
-	Parallell RC-krets.....	28
-	Analyse av parallelle RC-kretser	29
-	Konvertere fra parallell til seriell krets.....	29
6)	Anvendelser av RC-kretser og induktorer og RL-kretser	30
-	RC-anvendelser.....	30

- Oscillatorer	30
- Faseskiftoscillatorer.....	30
- Filtre.....	30
- Knekkfrekvens	31
- Knekkfrekvens og båndbredde.....	31
- Lavpassfilter med RC-ledd	31
- Høypassfilter med RC-ledd	32
- AC-coupling med DC-bias	32
- Induktorer/spole	32
- Spoler i serie	33
- Spoler i parallell.....	34
- Tidskonstant i RL-kretser	34
- Strøm i RL-kretser	34
- Respons på en firkantpuls (RL-krets).....	35
- Spenninger i RL-kretser	35
- Tidsforløpet til V og I i en RL-krets	35
- Bruk av spoler i AC-kretser	35
- Faseforskyvning mellom I og V	36
- Anvendelse av spoler.....	36
- Respons på et sinussignal (RL-krets)	36
- Impedans og fasevinkel i seriell RL-krets.....	37
- Fasedreining mellom strøm og spenning	37
- Sammenhengen mellom impedans, fasedreining og frekvens	38
- RL lead-krets	38
- RL lag-krets	38
7) Anvendelser av RC-kretser og tidsrespons til reaktive kretser	38
- Integrasjon og derivasjon	38
- Oppladning og utladning i RC-krets.....	39
- RC-integrator	39
- Sammenhengen mellom pulsbredde og τ	39
- Respons på repeterende pulser	40
- Økning i tidskonstanten.....	40
- RC-differensiator og pulsrespons	41
- RC-differensiator respons på pulstog.....	41

8) Dioder og praktiske anvendelser.....	42
- Halvledere	42
- Halvlederes oppbygning.....	42
- Elektronstrøm og hullstrøm	43
- N- og P-type halvledere.....	44
- Dioder	44
- Biasing av dioder	45
- Diode i revers-modus (sperre).....	46
- Sammenbrudd (breakdown)	46
- Diodekarakteristikker	46
- Diodemodell	47
- Bruk av dioder: Likerettere.....	48
- Halvbølgelikeretter	48
- Fullbølgelikeretter	49
- Brolikeretter	50
- Strømforsyninger.....	50
- Spesialdioder	52
9) Transistorer	53
- Introduksjon	53
- Vakuumrør.....	53
- Transistoren.....	54
- Transistorens to hovedanvendelser	55
- Bipolare transistorer (BJT)	55
- Operasjonspunkt i bipolare transistorer	55
- Strømmer i bipolare transistorer.....	56
- Spenninger i bipolare transistorer.....	56
- Transistor-karakteristikk.....	57
- Kollektorstrøm-karakteristikk.....	57
- Forsterkere	57
- BJT klasse A-forsterker i DC-modus.....	57
- Strømførsterkning med AC-input	58
- Spenningsforsterkning med AC-input	58
- Oppførsel langs lastlinjen	59
- Felles emitter-forsterker (CE)	59

- Felles kollektor-forsterker (CC)	59
- BJT klasse B-forsterker	60
- Push-pull (klasse B).....	60
10) Felteffekt-transistorer	61
- BJT som bryter.....	61
- Felteffekttransistorer (FET)	61
- JFET	61
- MOSFET	62
- Depletion(D)-MOSFET	62
- Enhancement(E)-MOSFET.....	63
- JFET biasing.....	63
- D-MOSFET biasing	64
- E-MOSFET biasing	64
- CMOS.....	64
- Digitale porter: inverter.....	65
- Digitale porter: NAND-port	65
- Digitale porter: NOR-port.....	65
- Digitale porter: AND-port.....	66
- Digitale porter: OR-port.....	66
- JFET-basert common-source forsterker	66
- Transkonduktans	67
- Common-drain forsterker	67
11) Operasjonsforsterkere	67
- Historikk.....	67
- Enkel opamp-modell	68
- Karakteristikk til en ideell opamp.....	68
- Oppbygging av opamp.....	68
- Differensiell forsterker	69
- Implementasjon (741-type).....	70
- Negativ tilbakekobling.....	70
- Opamp med negative tilbakekobling	70
- Inverterende forsterker.....	71
- Ikke-inverterende forsterker	72
- Spenningsfølger	72

-	Praktiske opamp'er	73
-	Common-mode rejection	74
-	Metning (saturation)	74
-	Input offset-spenning	74
-	Slew rate	75
12)	Opamp-kretser og oscillatorer og aktive filtre	75
-	Komparator	75
-	Opamp-basert integrator	76
-	Opamp-basert differensiator	77
-	Summasjonsforsterker	77
-	Gjennomsnittsberegning	78
-	Oscillatorer	78
-	Positiv feedback	78
-	Oppstart-betingelser	79
-	Wien-bridge oscillator	79
-	Aktive filtre	81
-	Aktivt 1. ordens lavpassfilter	81
-	Aktivt 2. ordens lavpassfilter	82
-	Aktivt 1. ordens høypassfilter	82
-	Aktivt båndpassfilter	82
-	Spenningsregulator	83
13)	Sensorer og AD- og DA-konvertering	84
-	Temperaturmåling	84
-	Termokoblinger	84
-	Resistansedetektorer	85
-	Termistorer	86
-	Måling av strekk, trykk og væskestrøm	86
-	AD og DA-konvertering	87
-	Analog-til-digital konvertering (ADC)	88
-	ADC med teller	88
-	ADC med opp/ned teller	89
-	ADC med suksessiv tilnærming	89
-	ADC med parallell komparator	90
-	Dual-slope ADC	91

- Digital-til-analog konvertere (DAC)	92
- DAC med binærvektet motstandsnettverk	92
- Implementasjon av digitale brytere	92

LÆREBOK

PART I – DC Circuits	93
2. Voltage, Current and Resistance (2.1-2.6).....	93
3. Ohm's Law, Energy and Power (3.2-3.7)	93
4. Serial Circuits (4.1-4.9)	93
5. Parallel Circuits (5.1-5.7)	94
6. Series-Parallel Circuits (6.1-6.5)	94
PART II – AC Circuits	94
8. Introduction to Alternating Current and Voltage (8.1-8.5, 8.8)	94
9. Capacitors (9.1-9.7)	95
10. RC Circuits (10.1-10.5, 10.8)	96
11. Inductors, spoler (11.1-11.6).....	97
12. RL Circuits (12.1-12.6, 12.8).....	98
15. Time Response of Reactive Circuits (15.1-15.5, 15.8)	98
PART III – Devices	99
16. Diodes and Applications (16.1-16.6)	99
17. Transistors and Applications (17.1-17.4).....	100
18. The Operational Amplifier (18.1-19.6)	101
19. Basic Op-Amp Circuits (19.1-19.6).....	102
21. Measurement, Conversion and Control (21.1-21.5)	102

FORELESNINGER

1) Strøm, spenning, ladning og Ohms lov

- Lederegenskaper:

- Ledere:
Materiale med få elektroner i ytterste valensbånd (plass til mange).
Eks: kopper, sølv
- Halvledere:
Typisk fire elektroner i ytterste skall.
Eks: silisium, germanium
- Isolatorer: Ingen valenselektroner, eller valenselektroner som er sterkt bundet til kjernen. Svært dårlige ledere.

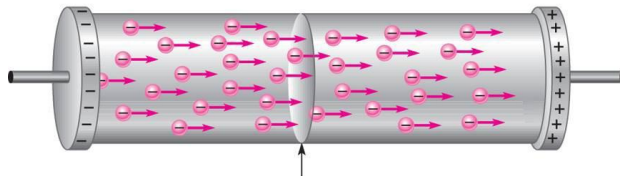
- Ladning:

- Måleenhet: *coulomb* (C)
- 1 C $\rightarrow$ ladningen til $6,25 \times 10^{18}$ elektroner.
- Et elektron $\rightarrow$ ladning: $-1,609 \times 10^{-19}$ C
- Et proton $\rightarrow$ ladning: $1,609 \times 10^{-19}$ C
- Benevning: Q eller q(t)
- Total ladning:

$$Q = \frac{\text{antall elektroner}}{6,25 \cdot 10^{18} \text{ elektroner/C}} = \text{antall elektroner} \cdot 1,609 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

- Strøm:

- Måleenhet: ampere (A)
- 1 A $\rightarrow$ 1 C som passerer et vilkårlig tverrsnitt i en elektrisk leder i løpet av 1 s.



- Benevning: I eller i(t)
- Elektrisk strøm (antall ladninger per tidsintervall):

$$I = \frac{Q}{t}$$

- Elektrisk strøm har både en verdi og retning (vektor)
- Dersom strømmen varierer med tiden:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

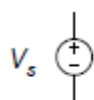
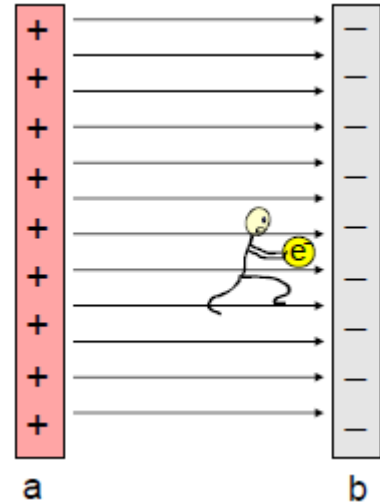
- Likestrøm (DC):
 - Konstant over tid
 - Betegnes med: I
- Vekselstrøm (AC):
 - Varierer med tiden
 - Betegnes med: i

- Strømkilder:
 - Noen ganger trenger man kilder som kan levere strøm uavhengig av spenningen.
 - For å levere konstant strøm må kilden variere spenningen etter behov.
 - Ideell og ikke-ideell

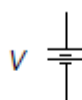
- Spenning:

- For at ladninger skal bevege seg fra a til b, må det være en potensialspenning (spenning) mellom dem.
- Spenning er et mål på arbeidet som kreves for å flytte ladninger fra a til b.
- Måleenhet: volt (V)
- Benevning: V
- Definert ved:

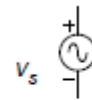
$$V = \frac{\text{energi}}{\text{ladning}} = \frac{W}{Q}$$
- 1 V → spenningen mellom a og b når 1 joule brukes for å flytte en ladning på 1 C fra a til b.
- Spenningskilder:
 - Likespenning (DC):
eks: batterier, brenselceller etc.
 - Vekselspenning (AC):
eks: generatorer
 - Ideell:
leverer en konstant spenning uavhengig av strømmen kilden leverer.
 - Ikke-ideell (praktisk):
spenningen vil synke når strømmen øker.
 - Symboler:



Likestrømskilde
(DC-spenning)



Batteri
(DC-spenning)

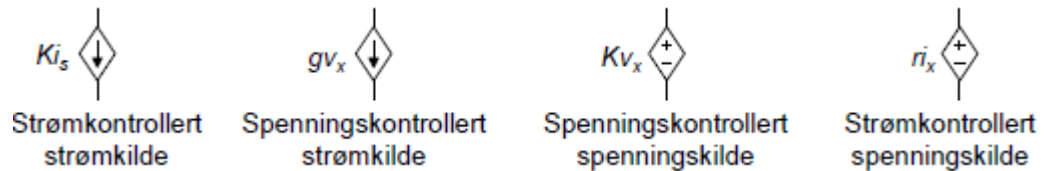


Vekselstrømskilde
(AC-spenning)

- '+' terminalen er V_s (eller v_s) volt positiv i forhold til '-' terminalen.
- Hvis V_s (eller v_s) er < 0 , er '+' terminalen negativ i forhold til '-' terminalen.

- Kilder:

- Uavhengig:
Kilden leverer strøm eller spenning som ikke er avhengig av andre strømmer eller spenninger i en krets.
- Avhengig:
Kilden leverer strøm eller spenning som er proporsjonal med en annen strøm eller spenning i en krets.

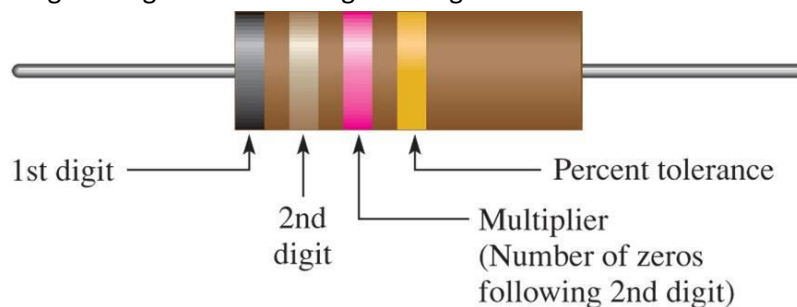


- Elektrisk krets:

- En elektrisk krets er en sammenkopling av elektriske elementer i en lukket løkke slik at elektriske ladninger eller strøm beveger seg i løkken.

- Resistans:

- Måleenhet: Ohm (Ω)
- Resistans er et materiales motstand mot elektrisk strøm (transport av elektroner).
- Strømtapet omformes til lys, varme.
- Resistor / Ohmsk motstand $\rightarrow$ gir en bestemt resistans
- 1 Ohm er motstanden når det går en strøm på 1 ampere i et materiale med 1 volt spenningsforskjell mellom endepunktene
- Det motsatte av resistans kalles konduktans og måles i Siemens
- $$G = \frac{1}{R}$$
- Resistorer produseres i mange ulike varianter og kvaliteter, avhengig av bruksområde (strøm, spenning, fysisk størrelse og form, effekt, nøyaktighet)
- Fargekoding brukes for å angi Ohm og toleranse



- Måling av spenning, strøm og resistans

- Strøm: måler gjennom et element (serie)
- Spenning: måler over et element (parallell)

- Ohms lov

- $V = R \cdot I$
- Hvis spenningen øker og R er konstant, øker strømmen
- Hvis spenningen er konstant og R øker, synker strømmen

2) Effekt, serielle kretser og Kirchhoffs spenningslov

- Energi og effekt

- Energi:
 - «evnen til å utføre arbeid»
 - Måleenhet: joule (J)
$$J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$
- Effekt (P):
 - «arbeid per tidsenhet»
 - Måleenhet: watt (W)
$$P = \frac{J}{s}$$
 - Når en elektrisk strøm I går gjennom et element med spenning V mellom terminalene, er effekten gitt ved
$$P = I \cdot V$$
effekt er proporsjonal med strøm og spenning
 - Positiv:
elementet absorberer effekt
 - Negativ:
elementet leverer effekt

- Energitalp i resistorer

- Resistans fører til at en del av energien til elektroner i bevegelse går over i andre former
 - Ønsket: Produksjon av termisk energi (varme) eller lys
 - Uønsket: Overføringstap eller varme som må ledes bort
- Effekten som genereres er gitt ved:
$$P = V \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}$$

- Klassifisering av kretselementer

- Aktive elementer:
kan levere effekt > 0 over tid
eks: strøm- og spenningskilder
- Passive elementer:
kan ikke levere effekt > 0 over tid
eks: resistorer

- Klassifisering av nettverkstopologier

- *Nettverk*: Samling av elementer koblet sammen
- *Distribuert-parameter nettverk*: Består av uendelig mange små elementer
- *Gruppert-parameter nettverk*: Består en endelig antall elementer koblet sammen.
- *Node*: Punkt hvor to eller flere elementer er koblet sammen med null motstand
- *Sti*: Vei mellom to noder gjennom et nettverk hvor en node besøkes kun én gang
- *Løkke*: Samme som lukket sti: Sti hvor start- og sluttnode er identisk
- *Gren*: Sti som består av ett enkelt element og nodene i hver ende

- Serielle kretser

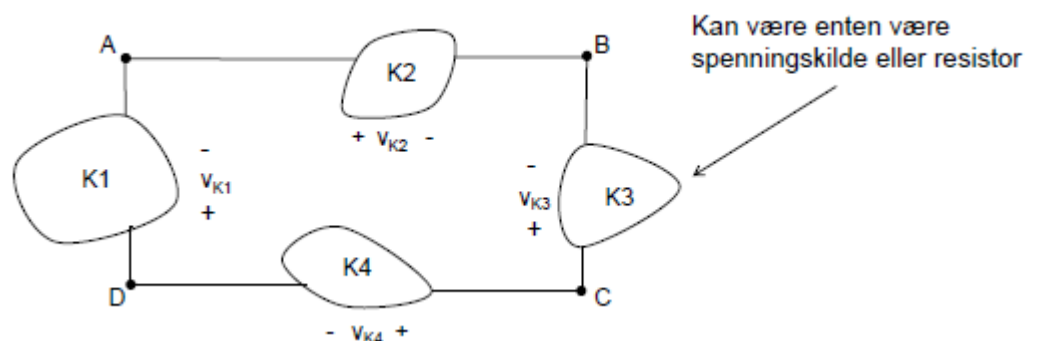
- Kjennetegn:
 - Minst en kilde og/eller minst et element
 - Bare én felles løkke som strømmen går gjennom (dvs. samme strøm går gjennom alle kilder og elementer)

- Total resistans i serielle kretser

- $R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$

- Kirchhoffs spenningslov (KVL)

- "Den algebraiske summen av spenningene rundt enhver lukket sti er lik 0"
- Velger en retning (med eller mot klokka) gjennom løkken.
 - Hvis man treffer på + på et element først, settes spenningen som positiv
 - Hvis man treffer på – på et element først, settes spenningen som negativ



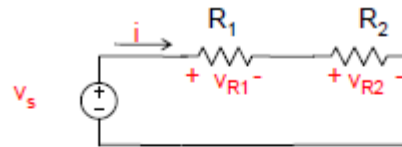
Starter i node A og går med klokken:

$$V_{K2} + (-V_{K3}) + V_{K4} + V_{K1} \rightarrow V_{K3} = V_{K1} + V_{K2} + V_{K4}$$

- Spenningsdeling

- Man kan øke en spenning ved å koble flere spenningskilder i serie
- Noen ganger ønsker man å redusere spenningen fra en kilde med en fast faktor. Dette kan gjøre med en spenningsdeler

- Ønsker å finne et uttrykk for spenningen over de to motstandene som funksjon av V_s , R_1 og R_2

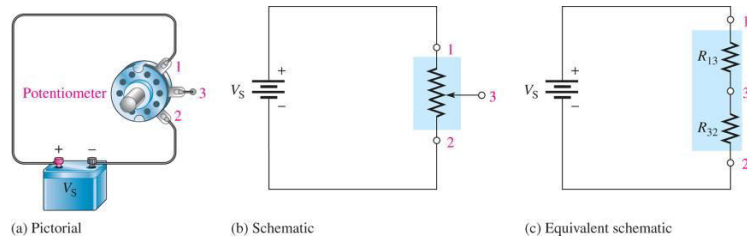


$$V_s = V_{R1} + V_{R2} = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2) \Rightarrow$$

$$i = \frac{V_s}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_{R2} = iR_2 = \left(\frac{V_s}{R_1 + R_2} \right) R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s$$

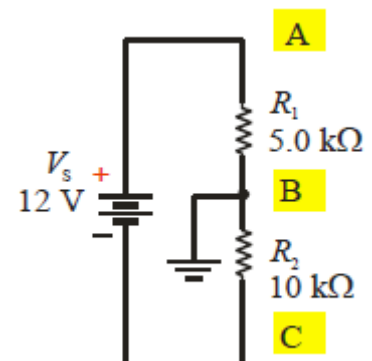
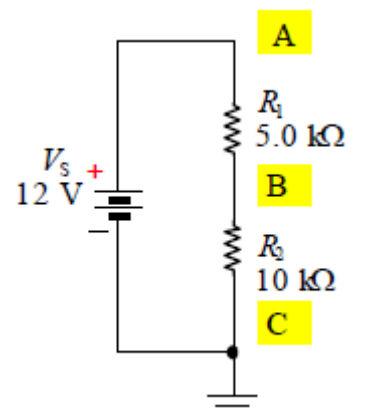
$$i = \frac{V_s}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_{R1} = iR_1 = \left(\frac{V_s}{R_1 + R_2} \right) R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$$

- Variabel spenningsdeling
 - I mange anvendelser trenger man å kunne variere spenningsdelingen mekanisk vha. et potensiometer



- Sett fra spenningskilden er den totale resistansen $R_T = R_{13} + R_{32}$ konstant, mens forholdet mellom R_{13} og R_{32} varierer
- Måling av spenning:

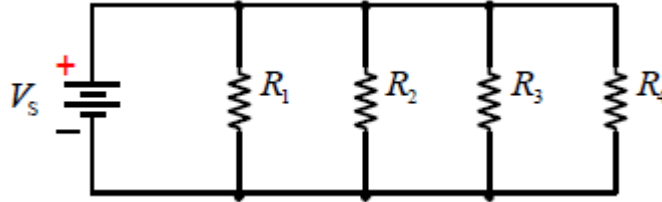
- Måling av spenning er alltid mellom to punkter
- Ofte er det ene punktet (virtuell) jord og spenninger relativt til jord betegnes ved enkel subskript (f.eks. V_A)
- For spenningskilder bruker man vanligvis også enkel subskript
- Mellom to vilkårlige noder brukes dobbel subskript, f.eks. V_{BC}
- Den første noden i subskriptet har som regel høyest spenning i forhold til jord
- Jord er ikke alltid punktet med lavest spenning i en krets
- Gitt kretsen på forrige slide og tenk at jord-punktet flyttes til node B



3) Parallell og parallell-serielle kretser og Kirchhoffs strømlov

- Parallellkrets

- En krets kalles parallell hvis den har mer enn en strømvei mellom terminalene på en spenningskilde



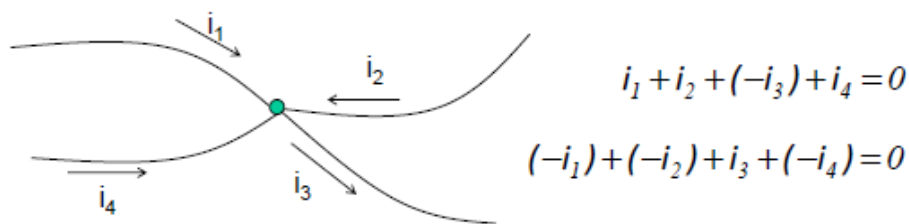
- Spenningen over hvert enkelt element er lik spenningen over alle elementene sett under ett

- Resistorer i parallell

- $$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$
- Notasjon: $R_n || R_m$

- Kirchhoffs strømlov (KCL)

- "Den algebraiske summen av alle strømmene som går inn mot (event. alle som går ut av) en node, er 0"
 - Med andre ord: Strøm kan verken oppstå, lagres eller forsvinne i en node.



- Strømdivisjon

- $$I_X = \frac{V_S}{R_X} = \frac{I_T R_T}{R_X} = \left(\frac{R_T}{R_X} \right) I_T$$

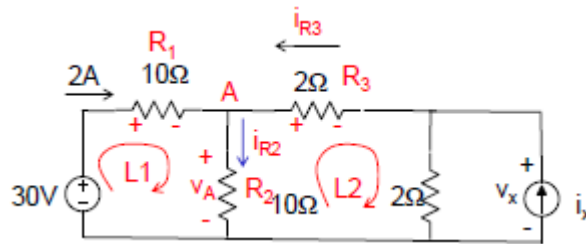
- Effekt i parallellkretser

- Total effekt for n resistorer i parallell:
$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$
- Uttrykt som strøm, spenning og resistans:

$$P_T = V_S I_T = I_T^2 R_T = \frac{V_S^2}{R_T}$$

- Serielle-parallellkretser

- Eksempel:



Måten vi bruker for å finne den ukjente spenningen er å bruke KVL/KCL og Ohms lov

4) Vekselstrøm og kondensatorer

- Signaler som varierer

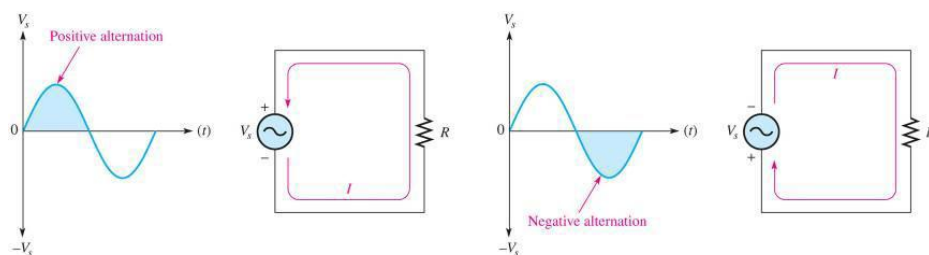
- Ofte bruker man signal som navn på strømmer og spenninger som overfører informasjon.
- Periodisk: gjentar seg med faste mellomrom
- Ikke-periodisk: varierer
- AC-signaler

- Sinusformede signaler

- Karakteriseres ved to egenskaper:
 - Amplitude (A): maksimale verdien til signalet
 - Periode (T): tiden det tar for signalet å repetere seg selv
- Balansert sinussignal $\rightarrow$ sentrert rundt 0
- Frekvens (f): hvor mange ganger signalet gjentar seg per tidsenhet
- $T = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T}$

- Strøm- og spenningsretning

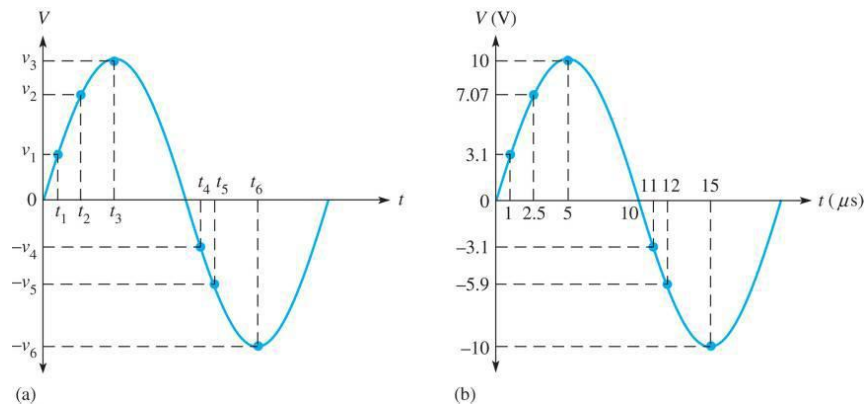
- For et balansert sinussignal vil strømretningen og/eller polariteten til spenningen endres



Signalet vil være positivt halve perioden og negativ halve perioden

- Øyeblikksverdi

- Øyeblikksverdien måles som verdien på et bestemt tidspunkt



- Peak-to-peak verdi

- Amplituden (den maksimale positive verdien) kalles også magnituden eller peak-verdi V_P
- Noen ganger snakker man om peak-til-peak verdi, og denne er definert som

$$V_{PP} = 2V_P$$

$$I_{PP} = 2I_P$$

- RMS-verdi

- RMS-verdi betyr Root-Mean-Square og kalles den effektive verdien til sinussignalet
- RMS-verdien til et sinussignal angir hva et tilsvarende likestrømssignal må være for å produsere samme effekt i en resistor
- Sammenhengen mellom RMS-verdien og peakverdien er:

$$V_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_P \approx 0.707 V_P$$

$$I_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_P \approx 0.707 I_P$$

- Hvis man kjenner RMS-verdien og vil finne peakverdien er disse gitt av:

$$V_P = \sqrt{2} V_{rms} \approx 1.414 V_{rms}$$

$$I_P = \sqrt{2} I_{rms} \approx 1.414 I_{rms}$$

- Gjennomsnittsverdi

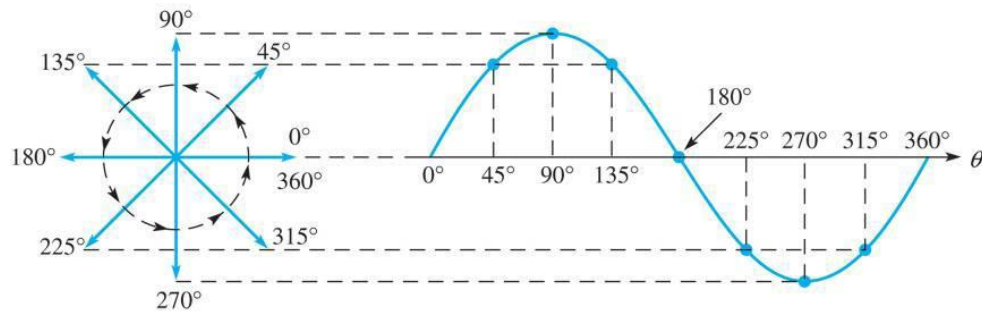
- Gjennomsnittsverdien til et sinussignal måles over en halv periode og ikke over en hel, siden gjennomsnittsverdien over en hel periode er lik 0
- Sammenhengen er gitt av:

$$V_{avg} = \frac{2}{\pi} V_P \approx 0.637 V_P$$

$$I_{avg} = \frac{2}{\pi} I_P \approx 0.637 I_P$$

- Matematisk representasjon av sinus

- $y = A \sin(\theta)$
- θ brukes for å representere sinuskurven som en phasor, der man tenker seg en vektor som roterer rundt en sirkel.



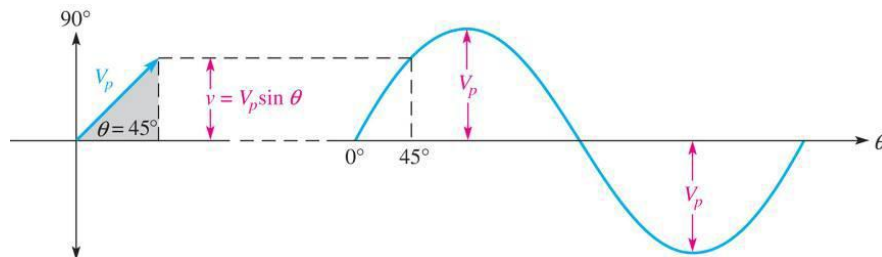
- Hvis spissen på vektoren projiseres horisontalt på en rett linje istedenfor langs en sirkel, får man en sinuskurve
- Siden signalet gjentar seg for hver $2\pi=360^\circ$, kan frekvensen defineres som:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega T = 2\pi \Leftrightarrow 2\pi f$$

- ω kalles for radian- eller vinkelfrekvens
- Hvis lengden på phasoren er V_p , kan sammenhengen mellom
- sinussignalet og phasorrepresentasjonen skrives som:

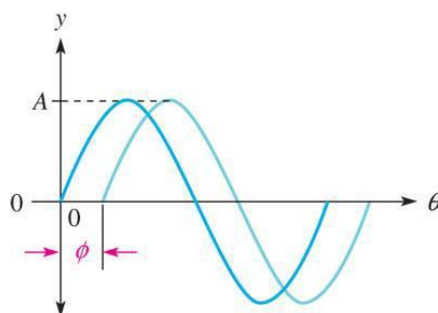
$$v = V_p \sin(\theta)$$

$$i = I_p \sin(\theta)$$



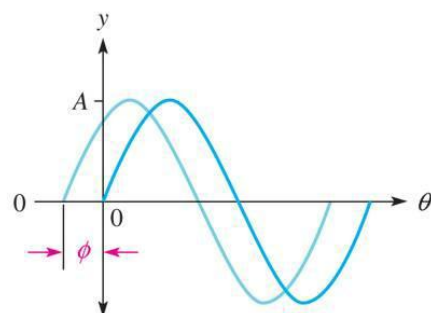
- Fasedreining

- Hvis et sinussignal forskyves i tid (dvs. langs den horisontale akse), oppstår en såkalt fasedreining eller fasedreining ϕ



$$(a) y = A \sin(\theta - \phi)$$

$$y = A \sin(\theta \pm \phi)$$



$$(b) y = A \sin(\theta + \phi)$$

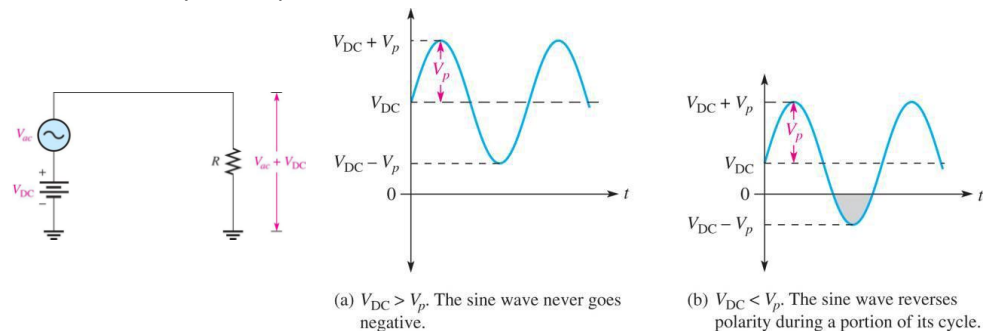
- Analyse av AC-kretser

- Ohms lov og Kirchhoffs strøm- og spenningslover gjelder også for kretser med AC-signaler
- Man må være konsekvent og bruke enten peak-, rms- eller gjennomsnittsverdier for både strøm og spenning i samme ligning
- For å beregne effekt må man bruke rms-verdiene:

$$P = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R$$

- Sinussignaler med DC-offset

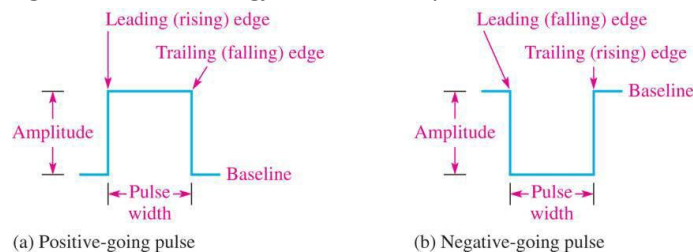
- Noen ganger består et sinussignal av en DC-komponent som er lagt til sinussignalet, noe som forskyver amplituden.



Legg merke til hvordan V_p defineres ut fra DC-offset, ikke fra 0.

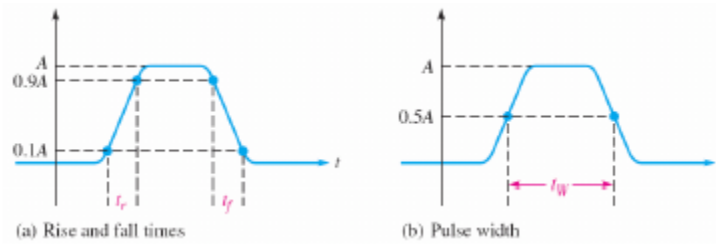
- Andre bølgeformer

- I digitale systemer brukes *firkant-* eller *pulssignaler*
- Et pulssignal kjennetegnes ved at det går momentant fra ett nivå til et annet annet og deretter tilbake igjen, for så å repeteres

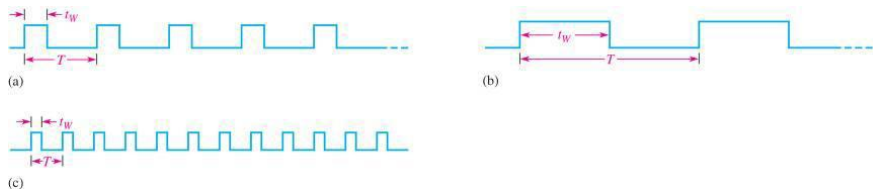


- I tillegg til amplituden karakteriseres pulssignalet av pulsbredden og stigene og fallende flanker («edges»)
- Et ideelt pulssignal har vertikale stigende og fallende flanker; i praksis er dette umulig fordi strøm/spenning ikke kan endre verdi på null tid
- Fysiske pulssignaler karakteriseres ved ytterligere tre parametre:
 - «Rise time»: Tiden det tar fra signalet går fra 10% til 90% av amplituden
 - «Fall time»: Tiden det tar fra signalet går fra 90% til 10% av amplituden

- Pulsbredden måles mellom de punktene på hhv stigende og fallende flanke som har nådd 50% av amplituden



- Periodiske signaler er ikke alltid symmetriske rundt et referansepunkt

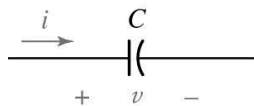


- Frekvensen defineres fortsatt som antall ganger per sekund bølgeformen gjentar seg
- «duty cycle» defineres som forholdet mellom pulsbredden og perioden i %

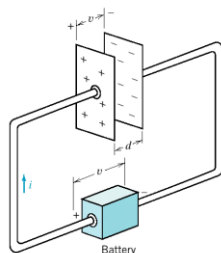
$$\text{DutyCycle} = \left(\frac{t_w}{T} \right) 100 \%$$

- Kondensatorer

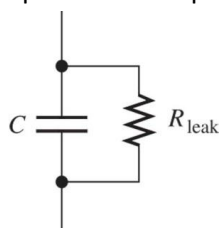
- En resistor har samme resistans uavhengig av frekvensen til strømmen og spenningen
- En kondensator er et element hvor motstanden varierer med frekvensen til strømmen og spenningen



- En kondensator kan lagre elektrisk ladning
- En kondensator består av to plater av ledende materiale med isolasjon i mellom



- Hvis platene kobles til en spenning V_s , vil det oppstå et felt mellom platene
- Feltet gjør at elektroner beveger seg fra den ene platen over til den andre
- Når spenning mellom platene har nådd V_s beveger det seg ikke lenger elektroner
- Hvis kilden fjernes vil en ideell kondensator beholde spenningen til evig tid
- I praksis lekker platene og dette modelleres med en resistor i parallell



- Mengden ladning en kondensator kan holde på kalles for *kapasitans* C som måles i Farad og er definert ved:

$$C = \frac{Q}{V} \Leftrightarrow Q = CV \Leftrightarrow V = \frac{Q}{C}$$

- 1 Farad er kapasitansen som tilsvarer lagring av 1Coulomb med 1 volt potensialforskjell mellom platene
- Sammenhengen mellom plateareal A , plateavstand d og kapasitans er gitt av:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

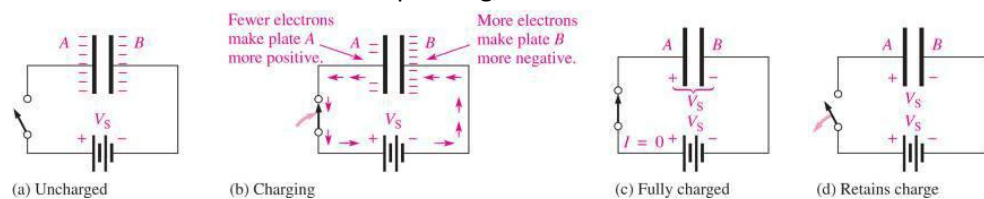
ϵ kalles for permittivitet og er en egenskap ved materialet mellom platene

- Oppladning og utladning av kondensatorer

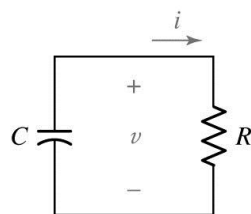
- En viktig egenskap ved en kondensator er hvor raskt den lades opp til V_s eller lades ut til 0 når en spenningskilde V_s kobles til eller fra, og kondensatoren er koblet i serie med en resistor
- Ladninger (og dermed strøm) kan bare bevege seg når spenningen over kondensatoren er forskjellig fra spenningskilden
- Når kretsen har nådd stabil DC-spenning, vil kondensatoren blokkere for strøm

- Tidskonstant

- Ladninger (og dermed strøm) kan bare bevege seg når spenningen over kondensatoren er forskjellig fra spenningskilden
- Når kretsen har nådd stabil DC-spenning, vil kondensatoren blokkere for strøm



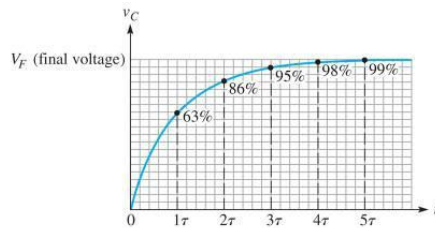
- En viktig egenskap ved en kondensator er hvor raskt den lades opp til V_s eller lades ut til 0 når en spenningskilde V_s kobles til eller fra, og kondensatoren er koblet i serie med en resistor



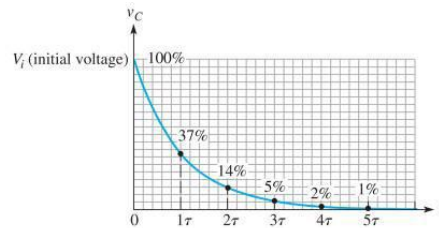
- Tidskonstanten τ sier hvor lang tid det tar å lade opp/ut kondensatoer, måles i sekunder og er definert ved:

$$\tau = RC$$
- Når $\tau = 1s$ betyr det at
 - En helt utladet kondensator har nådd ca. 63 % av den maksimalespenningen etter at den er koblet til en spenningskilde
 - En helt oppladet kondensator har falt til ca. 37 % av den opprinnelige spenningen etter at kilden er koblet fra

- Opp/utladningskurvene er eksponensielle



(a) Charging curve with percentages of the final voltage



(b) Discharging curve with percentages of the initial voltage

- De generelle formlene for oppladning og utladning av en kondensator som lades opp/ut via en resistor er gitt av:

$$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

der V_f og I_f er slutt-verdiene, og V_i og I_i er startverdiene for hhv. spenningen og strømmen over elementene

- Hvis man lader opp fra $V_i=0$, blir formelen:

$$v = V_F \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

- Hvis man lader ut til $V_f=0$ blir formelen:

$$v = V_i e^{-\frac{t}{RC}}$$

- Kapasitiv reaktans

- På samme måte som en resistor yter motstand mot elektrisk strøm, vil en kondensator yte en motstand som er avhengig av frekvensen til signalet
- Denne motstanden kalles for kapasitiv reaktans X_C og er definert som:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

- Jo større frekvensen, desto mindre er den kapasitive reaktansen
- Jo større kapasitans kondensatoren har, desto mindre reaktans

5) RC-kretser

- Impedans og admittans

- Forholdet mellom spenning og strøm (V/I) kalles for impedans
- Impedans kan tenkes som sammensatt av en tidsuavhengig og en tidsavhengig del:
 - Resistivitet (resistans): frekvensuavhengig
 - Reaktans: frekvensavhengig
- Reaktans kan deles inn i to typer:
 - Induktiv
 - Kapasitiv
- Avhengig av hvilken komponent det dreier seg om, brukes:
 - Resistiv impedans
 - Induktiv impedans
 - Kapasitiv impedans
- Forholdet mellom strøm og spenning (I/V) kalles for admittans
- Admittans kan tenkes på som den inverse til impedans

- Admittans kan tankes som sammensatt av en frekvensuavhengig og en frekvensavhengig del:
 - Konduktans: frekvensuavhengig
 - Suseptans: frekvensavhengig
- For ohmske motstander som bare er resistive kalles admittansen for konduktans

- Total kapasitans for seriekoblede kondensatorer

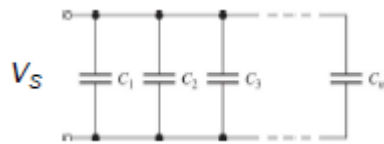


- Hver kondensator lagrer samme ladning, fordi strømmen mellom hvert element er den samme, dvs. $Q_{tot} = Q_{C1} = Q_{C2} = \dots = Q_{Cn}$
- KVL gir at: $V_S = V_{C1} + V_{C2} + \dots + V_{Cn}$
- Dette gir da:

$$\frac{Q}{C_{tot}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \Rightarrow \frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \Rightarrow C_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

- Uttrykket tilsvarer resistorer i *parallel*

- Total kapasitans for parallellkoblede kondensatorer



- I denne parallellkretsen er den totale strømmen lik summen av strømmene gjennom hver kondensator, og dermed er $Q_{tot} = Q_{C1} + Q_{C2} + \dots + Q_{Cn}$
- Siden $Q=CV$, blir $C_{tot}V_S = C_1V_S + C_2V_S + \dots + C_nV_S \Rightarrow C_{tot} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$
- Uttrykket for den samlede kapasitansen til parallellkoblede kondensatorer er dermed tilsvarende resistorer i serie

- Kapasitiv reaktans

- En kondensator yter motstand mot strøm som er avhengig av frekvensen til signalet
- Denne motstanden kalles for kapasitiv reaktans X_c og er definert som:

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

- Jo *større frekvensen*, desto *mindre* er den kapasitive reaktansen
- Jo *større kapasitans* kondensatoren har, desto *mindre* reaktans
- **NB:** I en resistor er R et mål for motstanden (resistansen). Kapasitansen C angir derimot ikke motstanden (reaktansen) til en kondensator

- Kapasitiv reaktans for seriell krets

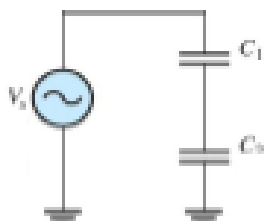
- Når kondensatorer kobles i serie, er den totale kapasitansen mindre enn den minste enkeltkapasitansen
- Den totale kapasitive reaktansen til seriekoblede kondensatorer er større enn reaktansen til en enkeltkondensator i kretsen
- Det kan vises at den totale kapasitive reaktansen er summen av de individuelle reaktansene:
$$X_{C(tot)} = X_{C1} + X_{C2} + \dots X_{Cn}$$
- Den totale *kapasitive reaktansen* er dermed tilsvarende som for den totale resistansen av seriekoblede resistorer (mens den totale *kapasitansen* er som for parallellkoblede resistorer)

- Kapasitiv reaktans for parallell krets

- Når kondensatorer kobles i parallell, er den totale kapasitansen større enn den største enkeltkapasitansen
- Den totale kapasitive reaktansen til parallellkoblede kondensatorer er mindre enn reaktansen til en enkeltkondensator i kretsen
- Det kan vises at den totale kapasitive reaktansen er lik:
$$X_{C(tot)} = \frac{1}{\frac{1}{X_{C1}} + \frac{1}{X_{C2}} + \dots + \frac{1}{X_{Cn}}}$$
- Den totale *kapasitive reaktansen* er dermed tilsvarende som for den totale resistansen av parallellkoblede resistorer (mens den totale *kapasitansen* er som for seriekoblede resistorer)

- Kapasitiv spenningsdeler

- En *kapasitiv* spenningsdeler er en spenningsdeler som ikke slipper igjennom likespenning (i motsetning til spenningsdeler laget av resistorer), men som skalerer en vekselspanning

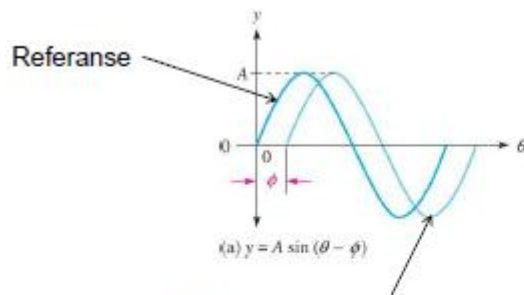


- Ved å bruke KVL kan man vise at spenningsdelingen er gitt av:

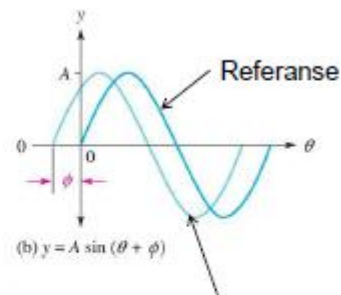
$$V_X = \frac{X_{Cx}}{X_{C(tot)}} V_S$$

- Fasedreining

- Hvis et sinussignal forskyves i tid (dvs. langs den horisontale akse), oppstår en såkalt faseforskyvning eller fasedreining ϕ



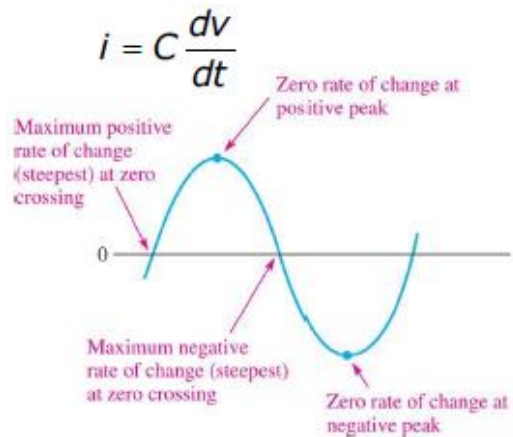
Kurven er forskjøvet til høyre, ϕ er negativ og *forsinket* (eng: "lags") i forhold til referansen



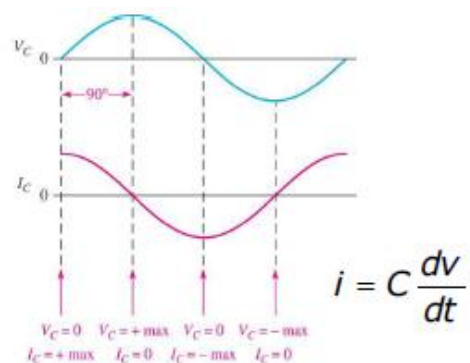
Kurven er forskjøvet til venstre, ϕ er positiv og *leder* (eng: "leads") i forhold til referansen

- Faseforhold mellom strøm og spenning

- For en resistor er strømmen gjennom og spenningen over i fase, dvs. $\phi=0$
- For en kondensator er forholdet annerledes, dvs. det er en fasedreining mellom strøm og spenning
- Fasedreiningen kan lettes forstå ved å observere når endringen i en sinuskurve er størst, og når den er minst

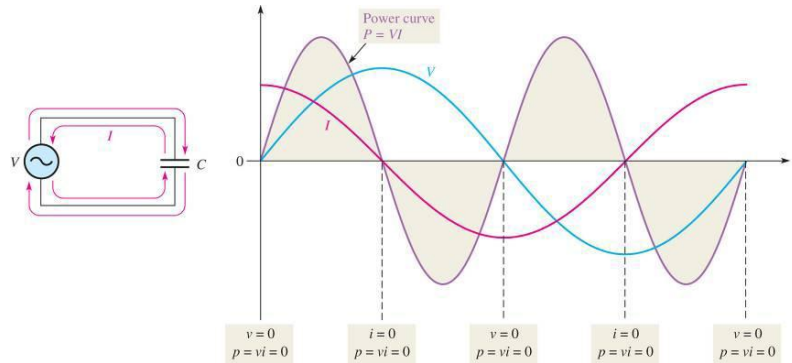


- Strømmen gjennom en kondensator er størst når endringen i spenningen over den er størst, og minst når endringen i spenningen er minst
- Når spenningen er på det største(minste) er endringen lik 0, dvs. strømmen lik 0
- Når spenningen er 0, er endringen størst, dvs. strømmen er størst
- Strømmen er derfor faseforskjøvet med +90 grader i forhold til spenningen



- Effekt i kondensatorer

- En ideell kondensator vil ikke forbruke energi (dvs. konvertere til varme), men kun absorbere og deretter avgis energi
- Effekten som absorberes når strøm og spenning har samme polaritet vil avgis når strøm og spenning har motsatt polaritet



- Man definerer tre typer effekt i kondensatorer:
 - Umiddelbar («instantaneous») effekt (p):
Produktet av strøm og spenning på et bestemt tidspunkt
 - Ekte («true») effekt (P_{True}):
Forholdet mellom absorbert og avgitt effekt. For en ideell kondensator er denne 0, for en ikke-ideell er den positiv
 - Reaktiv effekt (P_r):
Raten som en kondensator lager eller avgir effekt med, beregnet utfra rms-verdiene for strøm og spenning:

$$P_r = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{X_C} = I_{\text{rms}}^2 X_C$$

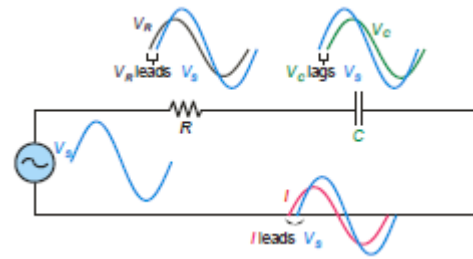
- RC-kretser

- Kretser som består av resistorer og kondensatorer kalles også for RC-kretser
- RC-kretser klassifiseres enten som serielle eller parallelle, dvs. en resistor og en kondensator i serie eller i parallell
- Større og mer kompliserte kretser kan som regel deles opp i mindre serielle og/eller parallelle kretser som analyseres separat
- I analog elektronikk er det vanligst å analysere oppførselen for sinussignaler, men bla. i digitale kretser er oppførselen for pulssignaler viktigere

- Serielle RC-kretser

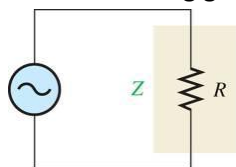
- I en ren resistiv krets er strøm og spenning i fase, dvs. $\phi=0$ for alle spenninger innbyrdes, og i forhold til strømmen (som er lik gjennom alle elementene)
- I en seriell RC-krets er dette ikke tilfelle; det vil være fase-forskyvning mellom
 - Spenningen over hvert element i forhold til de andre elementene
 - Elementspenningene i forhold til strømmen
- Strømmen gjennom alle elementene vil være i fase
- Avhengig av forholdet mellom resistans og reaktans vil faseforskyvningen ligge mellom 0° og 90°

- En seriell RC-krets består av minst én resistor og minst én kondensator
- Spenningen V_R over motstanden R er i fase med strømmen I , og leder over V_S , dvs. $\phi > 0$
- V_R og V_C har 90° fasedreining
- For å finne fasedreiningen mellom V_S og V_C eller mellom V_S og I må man beregne den totale *impedansen* i kretsen

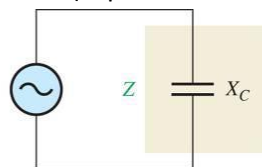


- Total impedans i seriell RC-krets

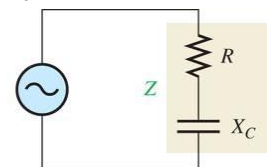
- Impedansen Z er den samlede motstanden mot vekselstrøm i en krets
- Impedansen består av en frekvensuavhengig resistiv del R (resistans) og en frekvensavhengig reaktiv del (kapasitiv reaktans) X_C



(a) $Z = R$

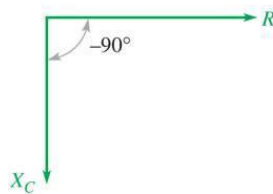


(b) $Z = X_C$

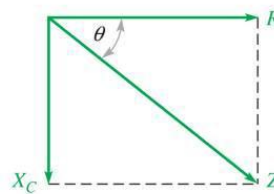


(c) Z includes both R and X_C

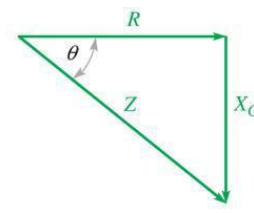
- Den resistive og reaktive delen har en fasedreining på -90° i forhold til hverandre
- Den totale impedansen er gitt av $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + \mathbf{X}_C$, merk fete bokstaver: $\mathbf{R}$ og $\mathbf{X}_C$ er vektorer («phasors»).
- $\mathbf{Z}$ finner man ved vektorsummasjon



(a)



(b)



(c)

- Siden $\mathbf{Z}$ også er en «phasor» har den både en fasevinkel θ og en magnitudo
- $\mathbf{Z}$ har fortsatt Ohm (Ω) som enhet
- Magnituden er lengden til $\mathbf{Z}$ og finnes ved Pythagoras:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

- Fasen θ finnes ved å beregne inverse tangens til vinkelen

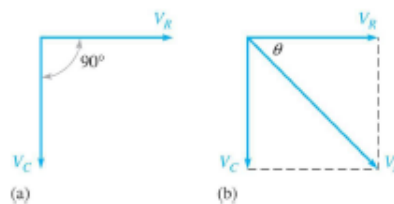
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

- Serielle kretser og Ohms lov, KVL og KCL

- Når strømmer, spenninger og impedans uttrykkes som «phasors», vil både Ohms lov, KVL og KCL fortsatt gjelde
- Når man beregner faktiske ampere-, volt- og Ohmverdier samt fasedreining må man huske at disse kun gjelder for en bestemt frekvens
- Andre frekvenser gir andre $\mathbf{Z}$ -, $\mathbf{I}$ - og $\mathbf{V}$ -verdier og fasedreining ϕ
- I tillegg må man være konsekvent i bruk av rms, peak eller maksverdier av strøm og spenning

- Faseforskjell strøm – spenning

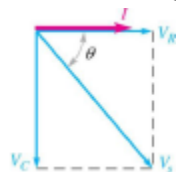
- I en seriell RC-krets er strømmen gjennom resistoren og kondensatoren den samme
- For å finne sammenhengen mellom $\mathbf{V}_s$, $\mathbf{V}_R$ og $\mathbf{V}_C$ bruker man KVL og vektoraddisjon (samme som for å finne $\mathbf{Z}$)



$$V_s = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

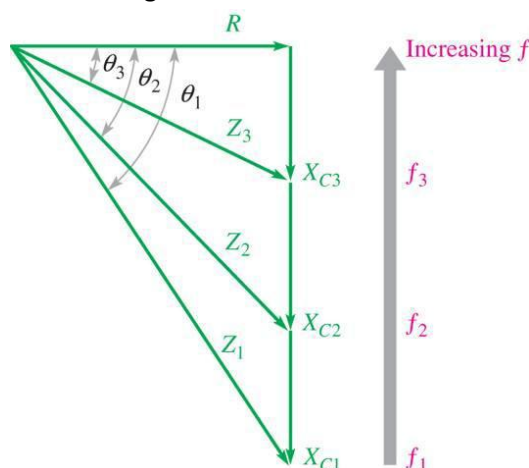
- Siden strømmen $\mathbf{I}$ og resistorspenning $\mathbf{V}_R$ er i fase, er fase-dreiningen mellom $\mathbf{I}$ og $\mathbf{V}_s$ lik den mellom $\mathbf{V}_R$ og $\mathbf{V}_s$ eller $\mathbf{X}_C$ og $\mathbf{R}$



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

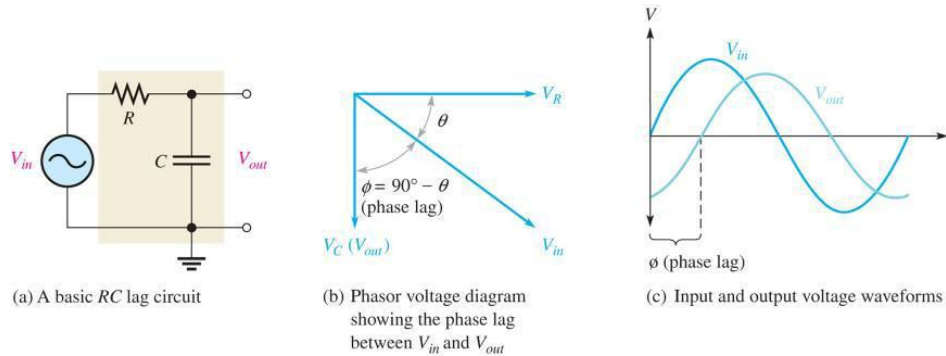
- Impedans, fasedreining og frekvens

- Diagrammet under oppsummerer sammenhengen mellom impedans, frekvens og fasedreining:



- RC lead/lag kretser

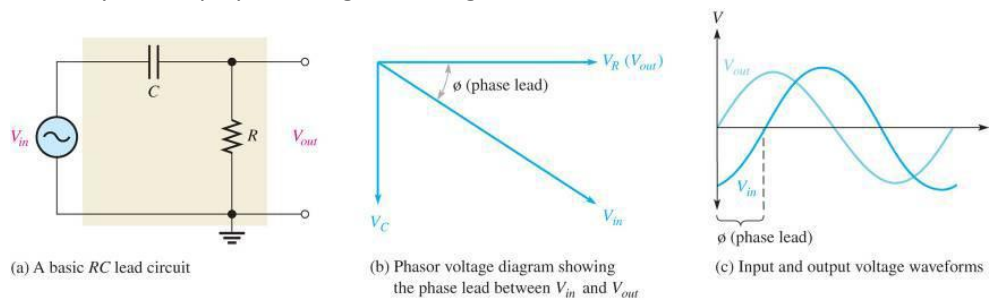
- En type RC-krets kalles for faseskiftkrets og er hhv. RC «lead»- og RC «lag»-kretser
- I en RC «lag»-krets er utspenningen V_{out} forskjøvet ϕ grader i forhold til V_{in}



- V_{out} er lik V_C , V_{in} lik V_s og $\phi = 90^\circ - \theta$
- Kretsen kan også ses på som en spenningsdeler hvor:

$$\phi = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \quad V_{out} = \left(\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$$

- Ved å bytte om på plasseringen av R og C får man en RC-«lead»-krets

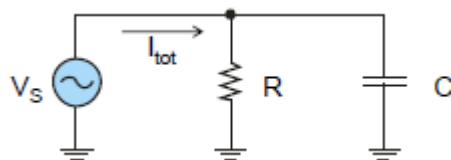


- Utspenningen tas over resistoren og ϕ og V_{out} er her gitt av R og X_C

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \quad V_{out} = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$$

- Parallell RC-krets

- En parallell RC-krets består av en resistor og kondensator i parallell koblet til en felles spenningskilde



- Den samlede impedansen er her gitt av:

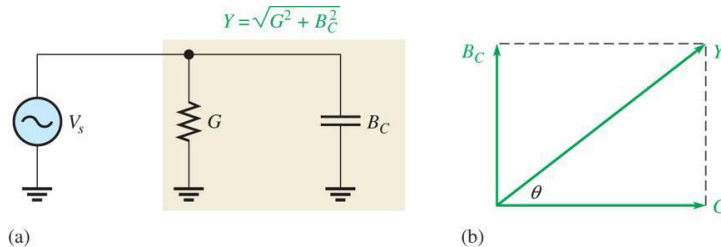
$$Z = \frac{RX_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

- Fasedreiningen mellom V_s og I_{tot} er gitt av:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_C}\right)$$

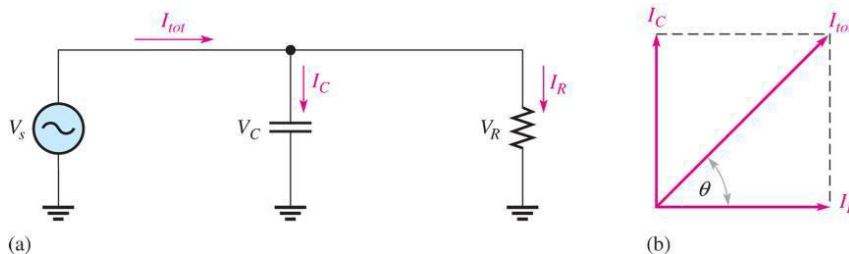
- Analyse av parallelle RC-kretser

- Parallell kretser er ofte lettere å analysere hvis man bruker admittans istedenfor impedans
- Konduktans er definert som det inverse av resistans, dvs. $G=1/R$
- Kapasitiv susceptans er definert som $B_C=1/X_C$
- Admittans er definert som $Y=1/Z$ (dvs. er også «phasor»)
- Samlet admittans finnes på samme måte som for impedans



- Sammenhengen mellom strøm, spenning og admittans er gitt av:

$$V = \frac{I}{Y} \Leftrightarrow I = VY \Leftrightarrow Y = \frac{I}{V}$$



- Totalstrømmen og fasevinkelen er gitt av:

$$I_{tot} = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_C}{I_R} \right)$$

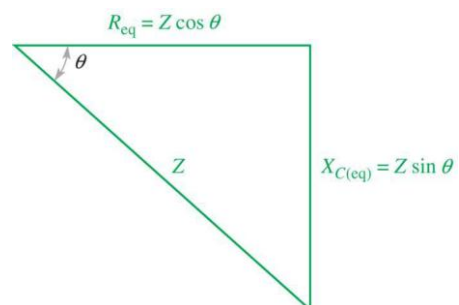
- V_s , V_C og V_R har samme amplitude og fasevinkel i forhold til hverandre, og være i fase med I_R

- Konvertere fra parallell til seriell krets

- To kretser kalles ekvivalente hvis de har lik impedans og fasevinkel
- En hver parallell RC-krets har en ekvivalent seriell RC-krets for en bestemt frekvens
- Legg merke til at resistansen og den kapasitive reaktansen vil være forskjellig i de to kretsene, men summen vil være lik
- Gitt en parallell krets vil den ekvivalente serielle kretsen ha:

$$R_{eq} = Z \cos \theta$$

$$X_{C(eq)} = Z \sin \theta$$



6) Anvendelser av RC-kretser og induktorer og RL-kretser

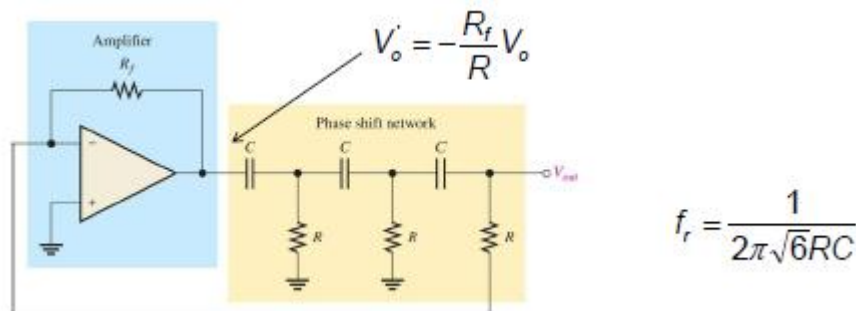
- RC-anvendelser

- RC-kretser finner man i mange både analoge og digitale systemer
- Skal se på tre eksempler:
 - Faseskiftkretser og oscillatorer
 - Filtre
 - AC-koblinger

- Oscillatorer

- Faseskiftkretser brukes til å lage oscillatorer som genererer en bestemt frekvens eller bølgeform
- Brukes i sende-/mottakerutstyr for radio, f.eks. mobiltelefoni, trådløse nett, TV, radio, fjernkontroller etc.
- Faseskiftoscillatorer har negativ tilbakekobling («feedback»), hvor en brøkdel av utgangssignalet føres tilbake og trekkes fra inngangssignalet
- Én bestemt frekvens fasedreies 180° , noe som tilsvarer å legge til et positivt signal uten fasedreining
- Andre frekvenser undertrykkes og bidrar lite i tilbakekoblingen

- Faseskiftoscillatorer



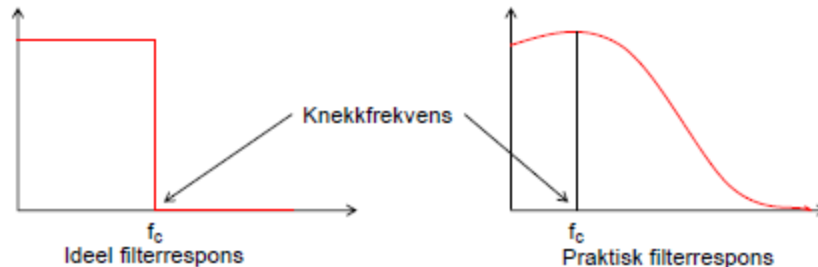
- Verdiene til R og C må velges slik at de tre RC-leddene tilsammen gir $\theta=180^\circ$
- Fordi hvert ledd gir last til naboleddene kan de ikke designes separat til faseskift på $\theta=60^\circ$

- Filtre

- Filtre er mye brukt i analog elektronikk, og vil dempe/fjerne signaler med en bestemt frekvens eller frekvensområde
 - *Høypassfiltre* stopper lave frekvenser og slipper gjennom høye
 - *Lavpassfiltre* slipper gjennom lave frekvenser og stopper høye
 - *Båndpassfiltre* slipper igjennom signaler som ligger i et bestemt frekvensområde og stopper signaler som ligger utenfor dette området
 - *Båndstoppfiltre* stopper frekvenser innenfor et bestemt frekvensområde og slipper gjennom signaler med frekvenser utenfor stoppområdet

- Knekkfrekvens

- Knekkfrekvensen («cutoff») er frekvensen hvor filteret begynner å slippe igjennom eller stoppe signaler
- Ideelle filtre slipper gjennom signaler i passområdet uten demping, og stopper fullstendig signaler utenfor
- I praksis dempes signaler i passområdet, og ikke stoppes helt i stoppområdet



- Knekkfrekvens og båndbredde

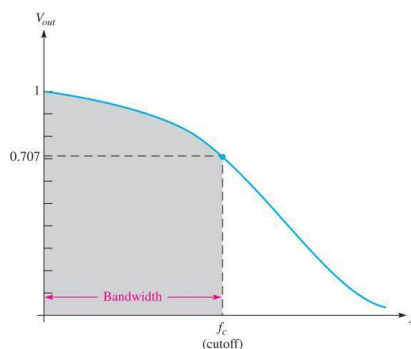
- Knekkfrekvensen er den frekvensen hvor den resistive og kapasitive reaktansen er like store:

$$R = \frac{1}{2\pi f_c C} \Leftrightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

- Ved knekkfrekvensen er:

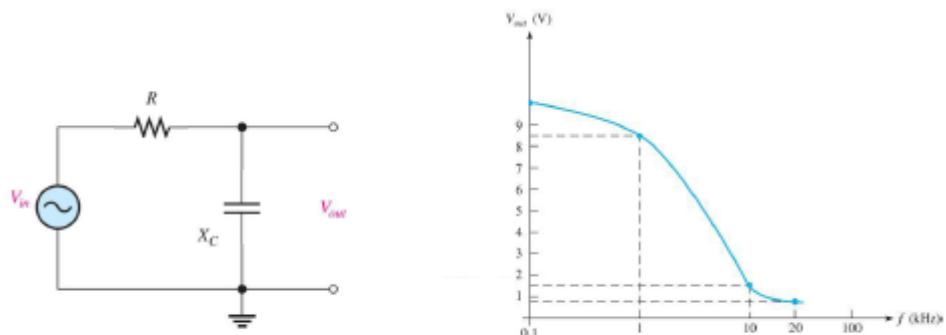
$$V_{out} = \frac{V_{in}}{\sqrt{2}}$$

- Båndbredden er området av frekvenser som slipper igjennom filteret



- Lavpassfilter med RC-ledd

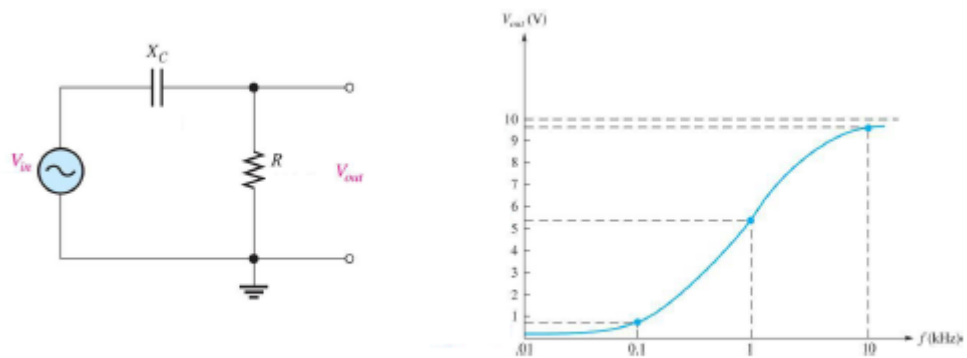
- RC «lag»-kretsen kan benyttes som et lavpassfilter



Merk den logaritmiske (dB) skalaen på den horisontale aksene

- Høypassfilter med RC-ledd

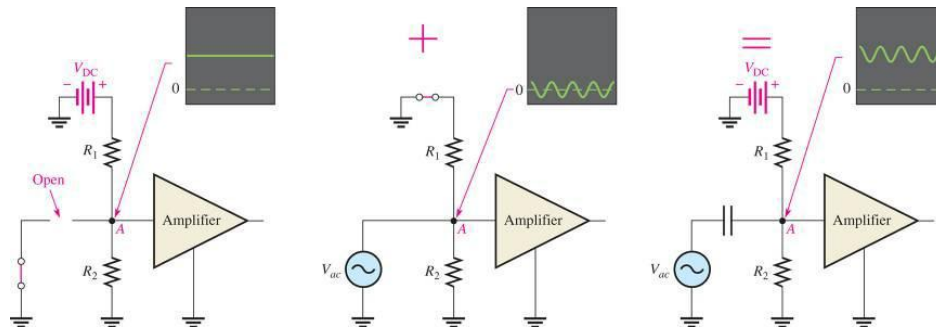
- RC «lead»-kretsen kan benyttes som et høypassfilter



Merk den logaritmiske (dB) skalaen på den horisontale aksens

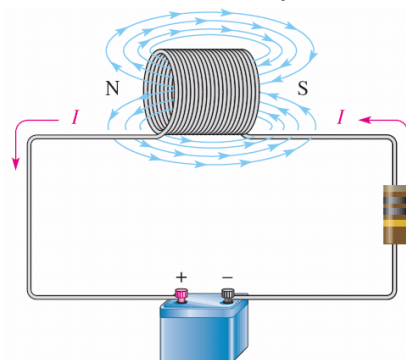
- AC-coupling med DC-bias

- I noen kretser trenger man å isolere et AC inputsignal fra resten av kretsen, og samtidig legge til et DC-offset



- Induktorer/spole

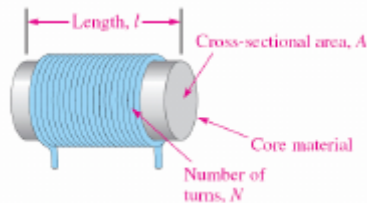
- En induktor eller spole består av en elektrisk leder med isolasjon utenpå som er surret rundt en metallkjerne, eventuelt ikke-magnetisk materiale



- Hver vinding rundt kjernen gir en magnetisk feltlinje; jo flere vindinger desto flere feltlinjer og sterkere magnetfelt
- Magnetfeltet lager (induserer) en elektrisk spenning som motarbeider strømmen gjennom spolen, eller som prøver å opprettholde strømmen hvis den minsker
- Styrken på magnetfeltet er direkte proporsjonal med endringen i strømmen gjennom spolen

- Den induerte spenningen er derfor proporsjonal med endingen i strømmen

$$v = L \frac{di}{dt}$$
- Ved likespenning vil en spole ha null motstand, mens motstanden øker med økende frekvens
- Konstanten L kalles for *induktans* og er et uttrykk for spolens evne til å lage en induert spenning som resultat av endring i strømmen gjennom spolen. L måles i *Henry*



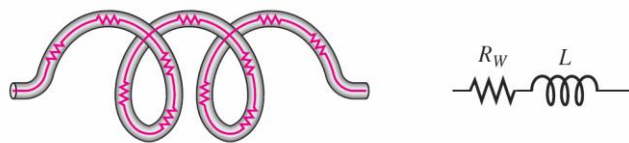
- Induktansen er gitt av følgende formel:

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

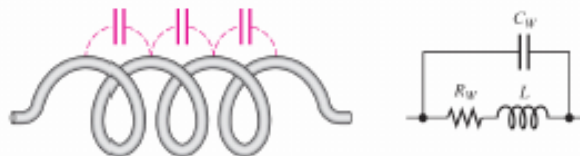
- Motstanden mot strøm kalles for induktiv reaktans og er gitt av:

$$X_L = 2\pi fL$$

- Spoler har i tillegg en type (uønsket) resistans som kalles viklingsresistans R_w og skyldes at lederen har ohmsk motstand



- I tillegg har spoler også en viss grad av uønsket kapasitans (parasittkapasitans)

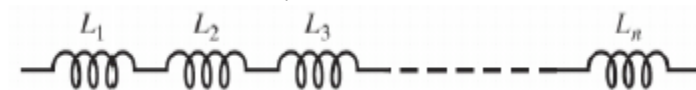


- Grunnet både uønsket kapasitans og resistans, og at spoler ofte er fysisk store, er de mindre brukt enn kondensatorer som elementer med reaktans

- Spoler i serie

- Hvis man kobler spoler i serie får man en total induktans som er lik summen av de individuelle induktansene:

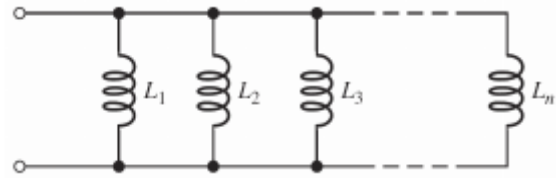
$$L_T = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$



- Spoler i parallell

- Hvis man kobler spoler i parallell får man en total induktans som er mindre enn den minste av de individuelle induktansene

$$L_T = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}}$$



- Tidskonstant i RL-kretser

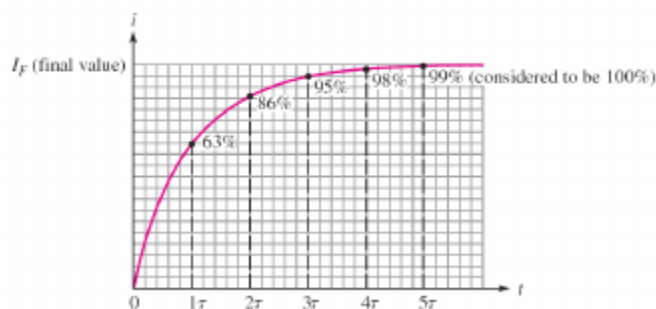
- RL-tidskonstanten er definert som forholdet mellom induktansen og resistansen, dvs.

$$\tau = \frac{L}{R}$$

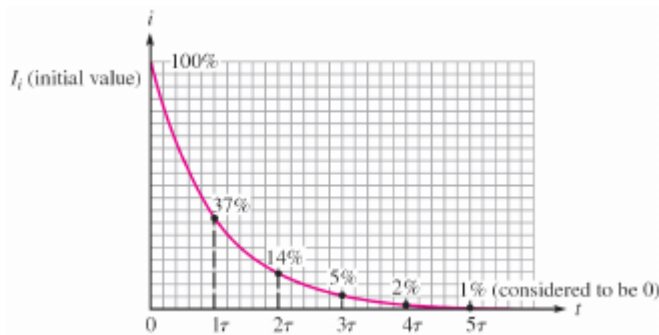
- Tidskonstanten er et uttrykk for hvor fort strømmen kan endre seg i en spole: Jo større induktans, desto lengre tid tar det å endre strømmen

- Strøm i RL-kretser

- Hvis en spole brått kobles *til* en spenningskilde vil strømmen gjennom spolen *øke* eksponentielt:

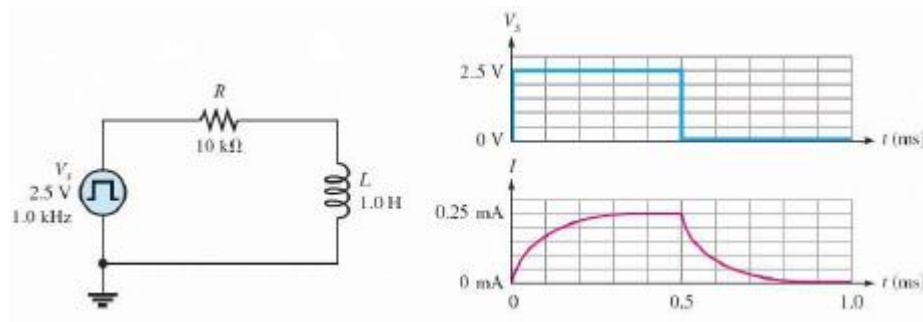


- Hvis en spole brått kobles *fra* en spenningskilde vil strømmen gjennom spolen *avta* eksponentielt:



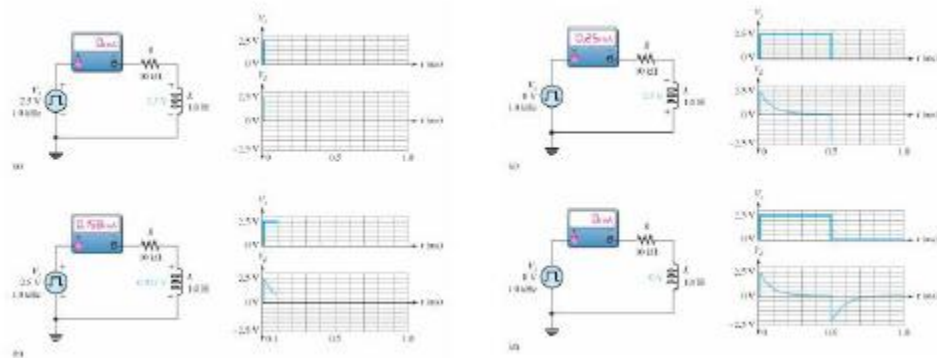
- Respons på en firkantpuls (RL-krets)

- Hvis spenningskilden til RL-kretsen er en firkantpuls vil strømmen gjennom spolen vekselvis øke og minke eksponentielt:



- Spenninger i RL-kretser

- Spenningene i en seriell RL-krets er ikke direkte proporsjonale med strømmen pga. induisert spenning
- Figuren viser forløpet til spenningen over en spole når kilden er en firkantpuls



- Tidsforløpet til V og I i en RL-krets

- På samme måte som for en kondensator er strømmene og spennene i en spole eksponentielle:

$$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{R}{L}t} \quad i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{R}{L}t}$$

der indeksen i angir startverdi og F angir sluttverdi

- Bruk av spoler i AC-kretser

- På samme måte som for kretser med kondensatorer og resistorer, består impedansen i en RL-krets av en resistiv og en reaktiv del
- Reaktansen kalles induktiv og er gitt av formelen:

$$X_L = 2\pi fL$$

- Ohms lov gjelder også i kretser med spoler, slik at reaktansen til spoler i serie er gitt av:

$$X_{L(\text{tot})} = X_{L1} + X_{L2} + \dots + X_{Ln}$$

- Reaktansen til parallellkoblede spoler er gitt av:

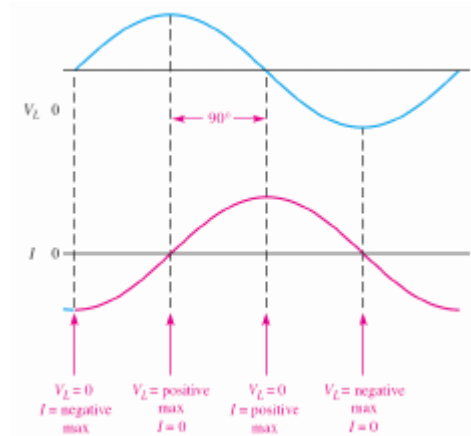
$$X_{L(\text{tot})} = \frac{1}{\frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \dots + \frac{1}{X_{Ln}}}$$

- Sammenhengen mellom induktiv reaktans, strøm og spenning i en spole er gitt av:

$$V = IX_L$$

- Faseforskyvning mellom I og V

- I en spole er strøm og spenning faseforskjøvet 90° slik at strømmen ligger etter spenningen:



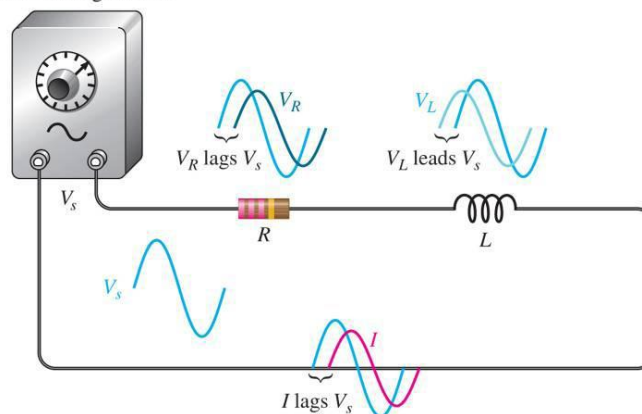
- Anvendelse av spoler

- Spoler har mindre utbredelse enn kondansatorer, men svært nyttige i noen anvendelser:
 - Fjerning (filtrering) av uønskede høyfrekvenssignaler i distribuerte signalveier
 - Aktive og passive filtre
 - Frekvenstuning i trådløs kommunikasjon (oscillatorer og syntersizere)

- Respons på et sinussignal (RL-krets)

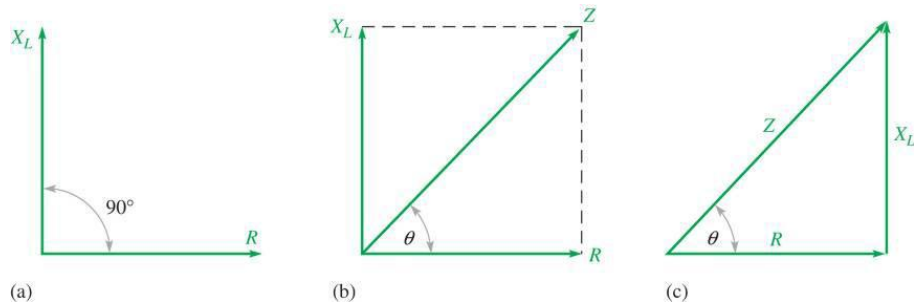
- I en RL krets hvor spenningskilden er et sinussignal vil spenningene ha følgende relative faser

Sine wave generator



- Impedans og fasevinkel i seriell RL-krets

- På samme måte som i kretser med kondensatorer og resistorer, uttrykkes impedansen i en RL krets med «phasors»
- Impedansen i en RL krets er et mål for den totale motstanden mot en sinusformet strøm og måles i Ohm
- Fasevinkelen angir forskyvningen mellom den totale strømmen og forsyningsspenningen
- Den totale impedansen består en resistiv og en induktiv reaktiv del som er 90 grader i forhold til hverandre

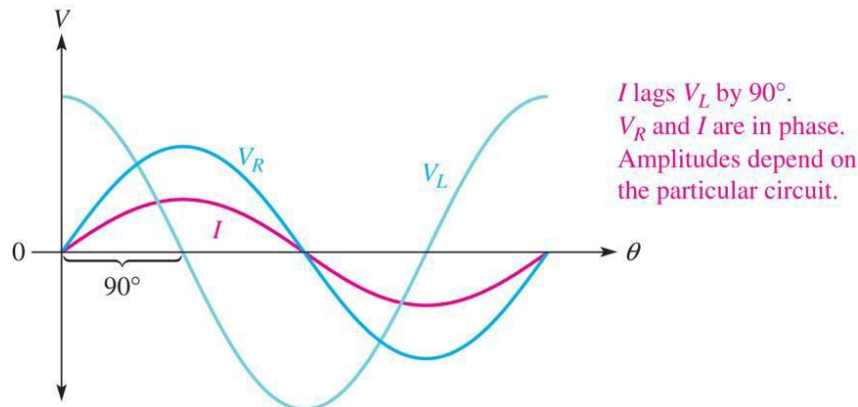


- Den totale impedansen er gitt av:

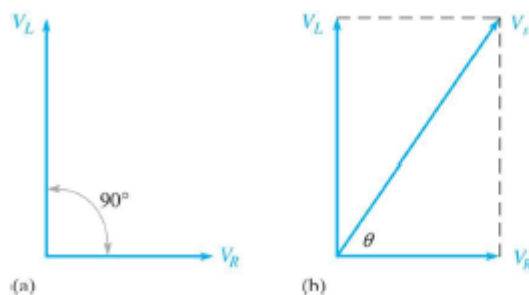
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

- Fasedreining mellom strøm og spenning

- Følgende grafer illustrerer fasedrøytningene mellom spenningen over spolen, resistoren og strømmen i en seriekoblet RL-krets



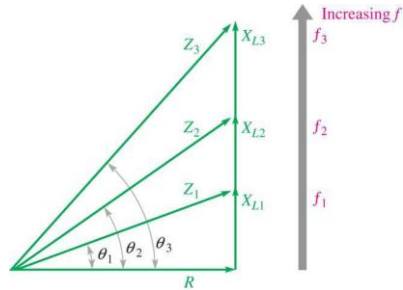
- For å finne sammenhengen mellom spenningene kan man benytte KCL



$$V_s = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_L}{V_R}\right)$$

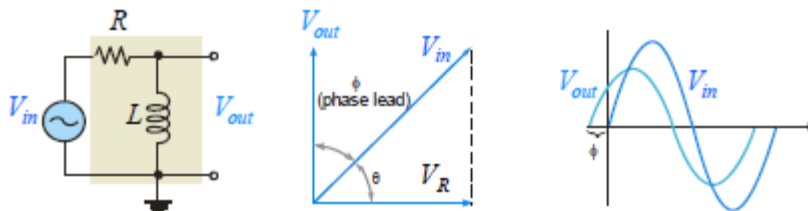
- Sammenhengen mellom impedans, fasedreining og frekvens



- Den induktive reaktansen *øker* med økende frekvens, mens fasevinkelen nærmer seg 90°

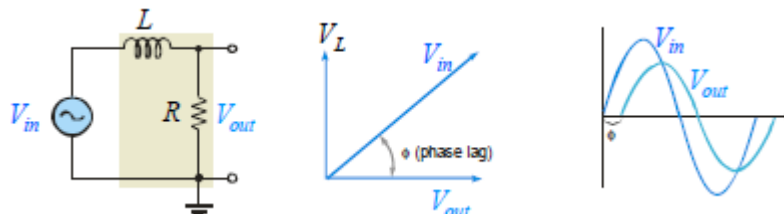
- RL lead-krets

- Tilsvarende som for RC-kretser kan man lage serielle RL kretser med en resistor og en spole, og hvor man tar ut spenningen enten over spolen eller resistorer
- I en RL lead-krets er det en positiv fasedforskyvning mellom utgang- og inngangsspenningen, dvs. at utgangen leder over inngangen



- RL lag-krets

- I en RL lag-krets er det en negativ fasedforskyvning mellom utgang- og inngangsspenningen, dvs. at utgangen henger etter inngangen



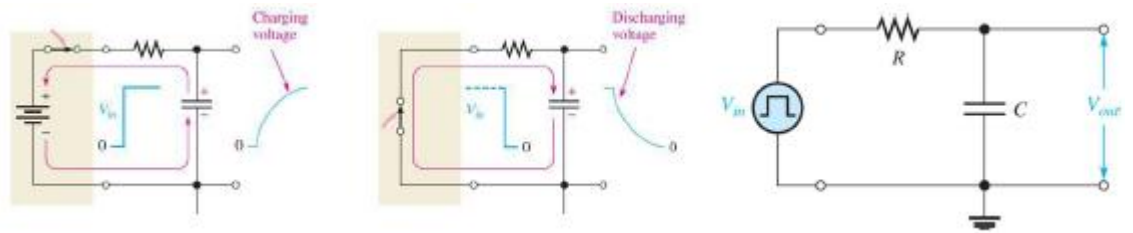
7) Anvendelser av RC-kretser og tidsrespons til reaktive kretser

- Integrasjon og derivasjon

- Under visse betingelser kan RC- og RL-kretser fungere som hhv. integratorer og derivatorer, dvs. at de beregner den integrerte og deriverte av et inputsignal med hensyn på tid
- I frekvensdomenet utfører de samme kretsene enten en høypass eller lavpass filteringsfunksjon
- I biologiske systemer utfører enkle celledstrukturer de samme integrasjons/derivasjons-operasjonene, og kan modelleres med RC- eller RL-kretser
- Oppførselen til RC/RL-kretser med pulssignaler som innganger er viktige i design av digital elektronikk

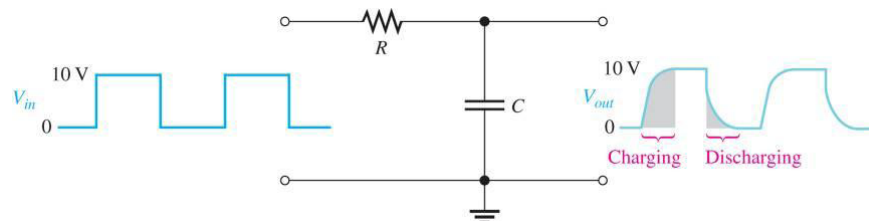
- Oppladning og utladning i RC-krets

- Hvis en pulsgenerator brukes som spenningskilde til en RC-krets vil kondensatoren hhv. lades opp og lades ut som om den kobles til et batteri eller lades ut gjennom en resistor



- RC-integrator

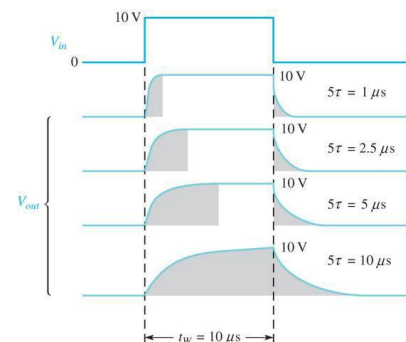
- I en RC-integrator brukes spenningen over kondensatoren som utgangsspenning



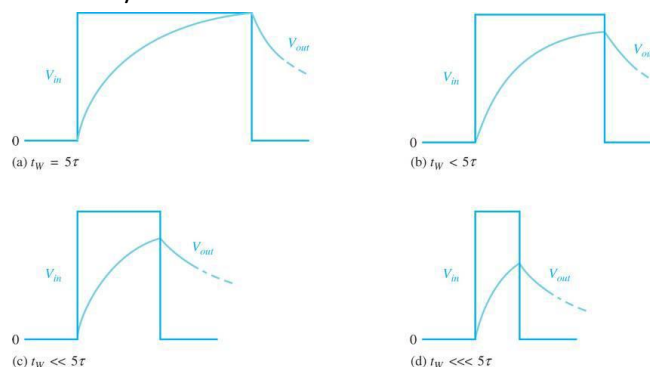
- Etter $RC = 5$ har kretsen enten nådd 10V eller 0V, avhengig av utgangspunktet. Denne tiden kalles også for transient-tiden

- Sammenhengen mellom pulsbredde og τ

- Hvis pulsbredden t_w er større enn $\tau = 5$ vil kondensatoren rekke å lades opp/ut fullstendig
- Større verdier av τ med samme pulsbredde vil føre til kortere eller lengre oppladnings- og utladningstider

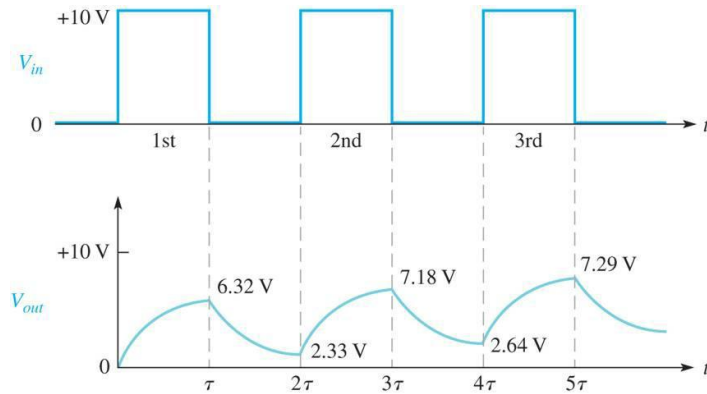


- Ved kortere pulsbredder $t_w < \tau = 5$ vil kondensatoren ikke lades opp eller ut helt til maksimal/minimal-verdi:

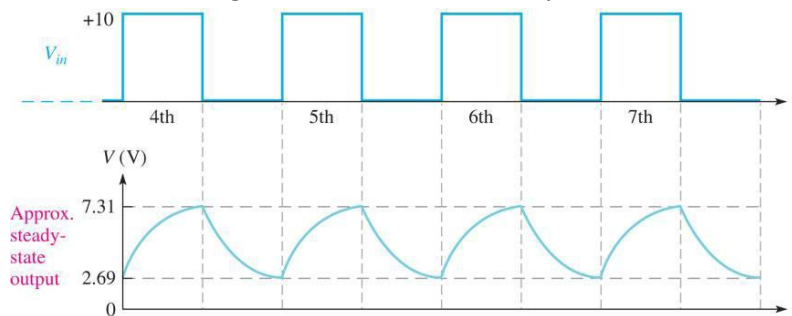


- **Respons på repeterende pulser**

- Ved kortere pulsbredder $t_w < \tau = 5$ og input ikke lenger er en enkeltpuls men repeterende pulser:
- Kondensatoren vil først trenge tid på nå et nivå som er den gjennomsnittlige spenningen

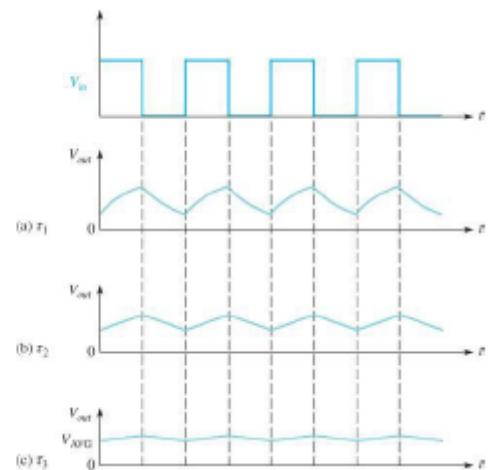
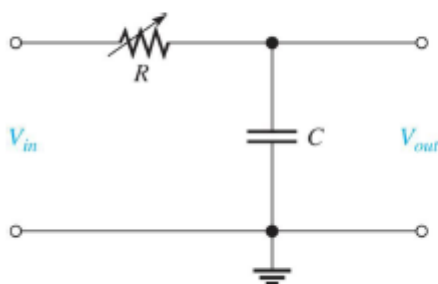


- Deretter vil min- og maksverdi ha nådd *steady-state* nivå



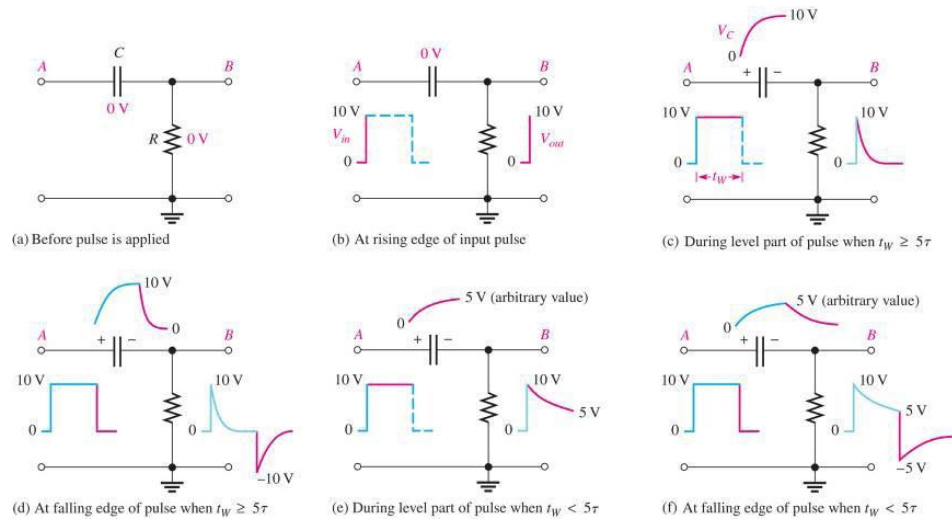
- Økning i tidskonstanten

- Ved å sette inn en variabel resistor kan man endre integrasjonskonstanten



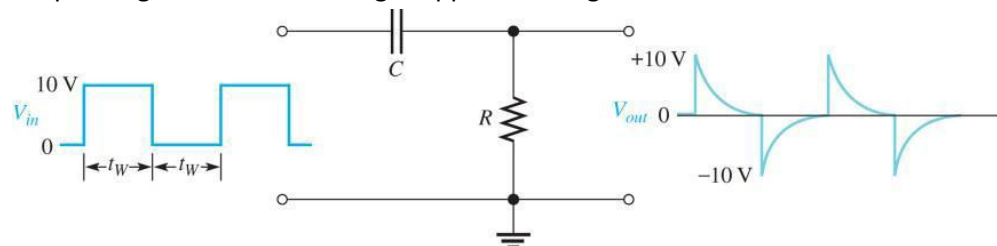
- RC-differensiator og pulsrespons

- I en RC-differensiator brukes spenningen over resistoren som utgangsspenning; forløpet blir mer komplisert

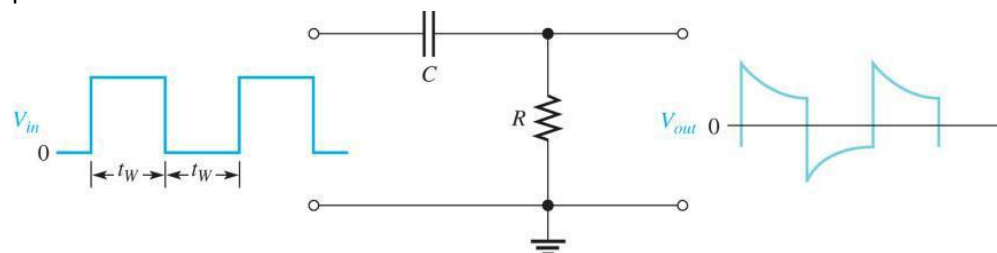


- RC-differensiator respons på pulstog

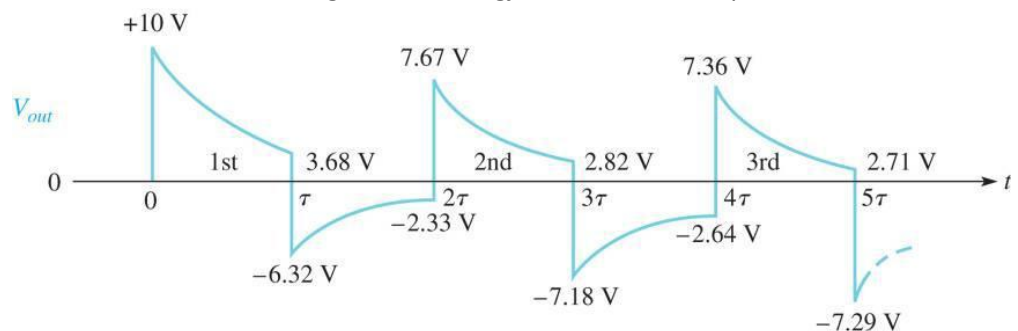
- Samme forløpet skjer som for integratorer: Det tar en viss tid før steady-state oppnås; avhengig av tidskonstanten
- Hvis $t_W \geq 5\tau$ vil kondensatoren rekke å lades helt opp/ut for hver hele periode, dvs. at spenningen over resistoren går opp til maks og helt til 0



- Hvis $t_W < 5\tau$ vil kondensatoren ikke rekke å lades helt opp/ut for hver komplette periode



- Til slutt vil det hele konvergere mot den gjennomsnittsverdi på 0



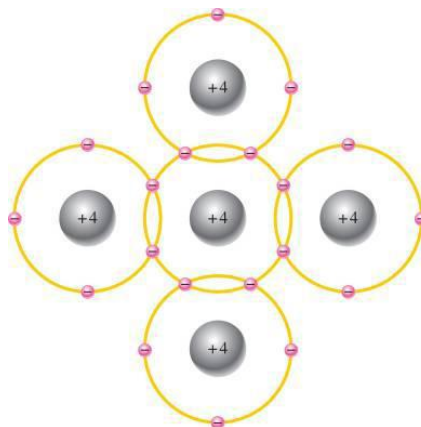
8) Dioder og praktiske anvendelser

- Halvledere

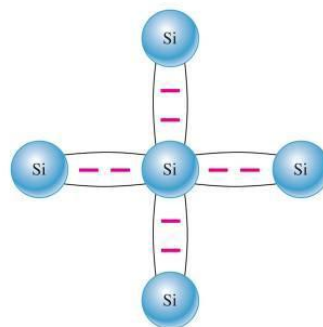
- Halvledere er en spesiell type ledere som under visse betingelser leder strøm, og under andre ikke
- Noen typer halvledere kan man styre oppførselen til med en strøm eller spenning, mens for andre typer er oppførselen ikke konfigurert
- For å forstå hvordan en halvleder virker, må man forstå sentrale begreper som
 - Ladingsbærere
 - Energibånd og valens
 - Majoritets- og minoritetsbærere

- Halvlederes oppbygning

- Mer presist er halvledere krystallinske materialer som er karakterisert ved spesielle energibånd for elektronene
- Krystaller består av grunnstoff hvor atomene knytter seg til hverandre og former en fast struktur
- Silisium danner en krystallstruktur med fem atomer hvor hvert atom deler ett valens-elektron med nabo-atomene

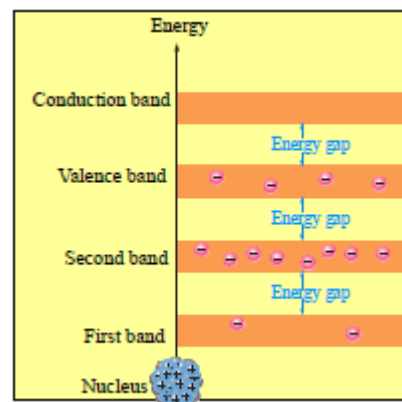


(a) The center silicon atom shares an electron with each of the four surrounding silicon atoms, creating a covalent bond with each. The surrounding atoms are in turn bonded to other atoms, and so on.

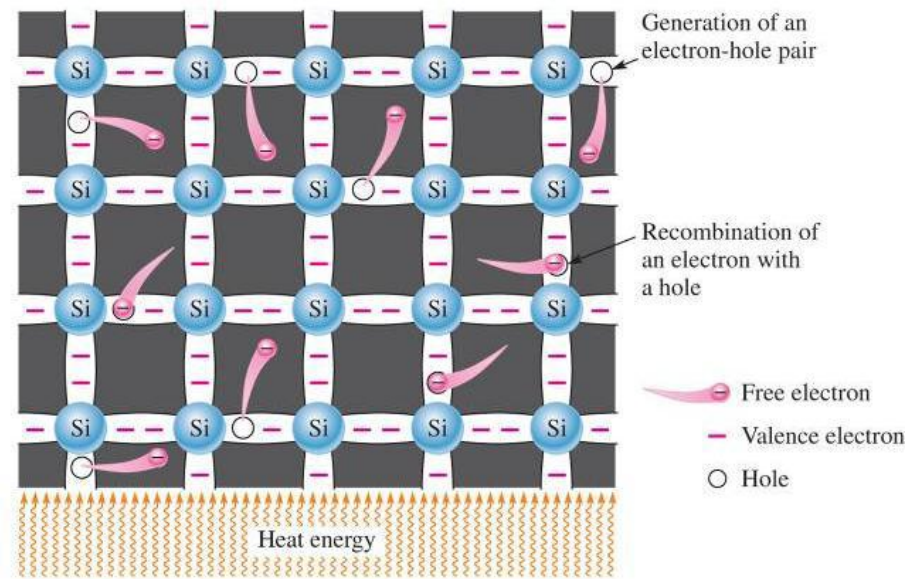


(b) Bonding diagram. The red negative signs represent the shared valence electrons.

- Elektronene i de ypperste banene har større energi enn de i indre baner, og kan forlate atomet
- Hvis et elektron i et silisiumkrystall forlater krystallet, oppstår en ledig plass som kalles for et *hull*
- Hullet kan senere fylles av et nytt elektron

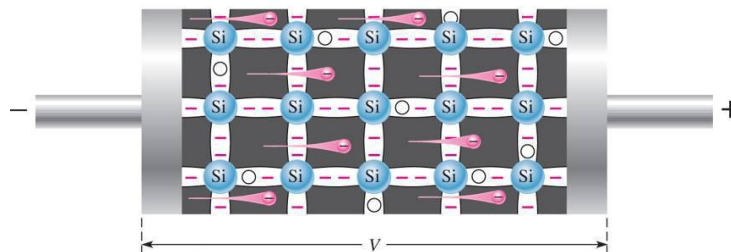


- For å forlate valensbåndet kreves energi, mens det frigjøres energi hvis et elektron fanges inn av et ledig hull

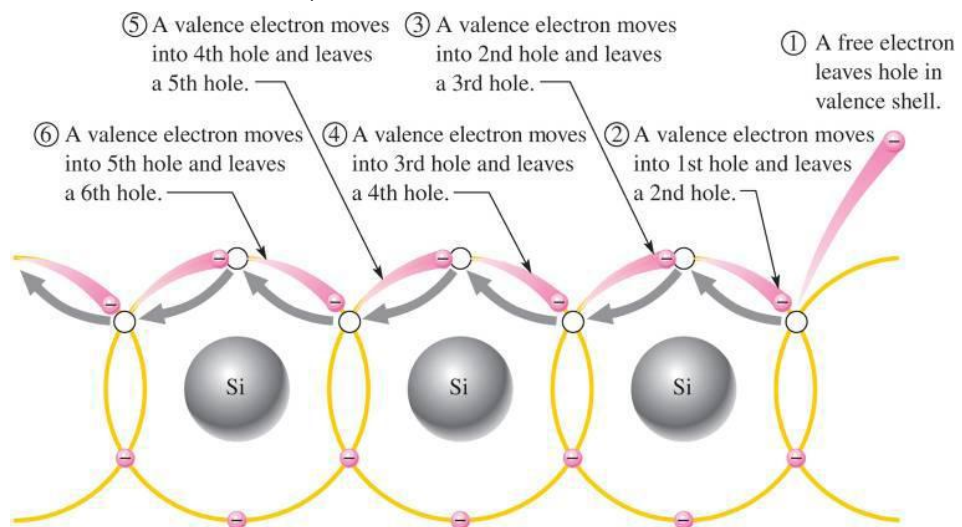


- Elektronstrøm og hullstrøm

- Hvis man setter på en spenning over et stykke silisium vil elektronene bevege seg mot den positive polen og danner en elektronstrøm



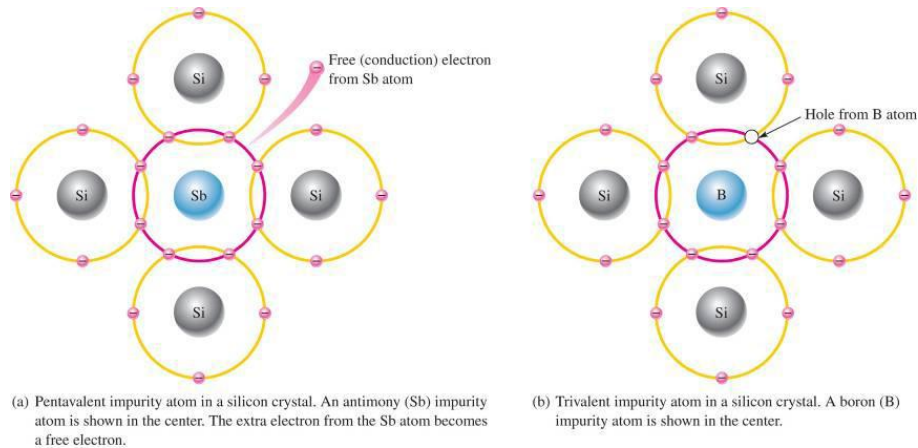
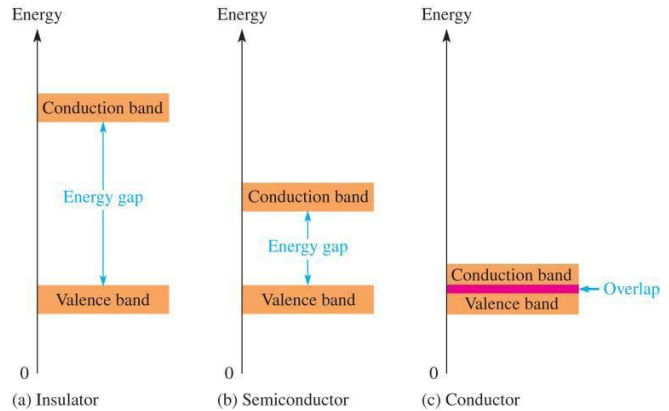
- Hvis elektronene beveger seg mot høyre, vil hullene bevege seg mot venstre, og dette kalles for en hullstrøm



When a valence electron moves left to right to fill a hole while leaving another hole behind, the hole has effectively moved from right to left. Gray arrows indicate effective movement of a hole.

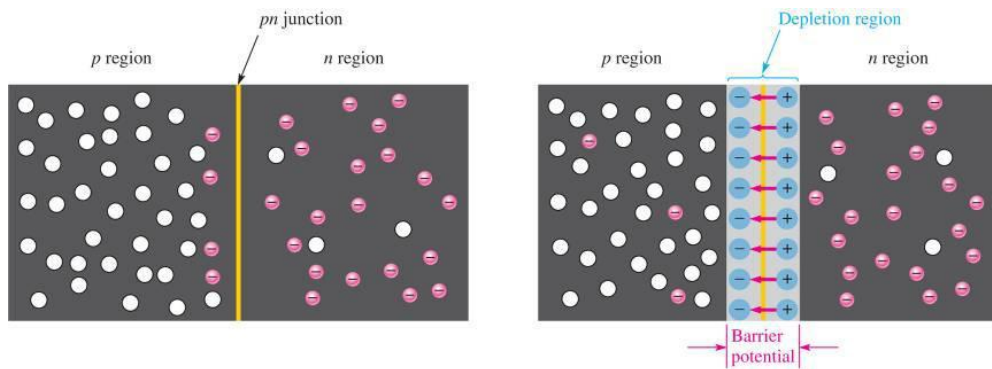
- N- og P-type halvledere

- Ren silisium leder strøm, men på grunn av få frie elektroner er den en dårlig leder
- Ved å tilsette urenheter (doping) bedres lednings-evnen betraktelig ved at det blir flere frie elektroner eller hull
- Doping kan enten være av n-type eller p-type, avhengig av om man øker antall frie elektroner eller hull
- Hvis det er mange flere frie elektroner enn hull, kalles *elektronene* for *majoritetsbærere* i N-type halvleder, og hullene er *minoritetsbærere*
- I P-type halvledere er det langt flere hull enn elektroner, og *hullene* er da *majoritetsbærere*, mens elektronene er *minoritetsbærere*



- Dioder

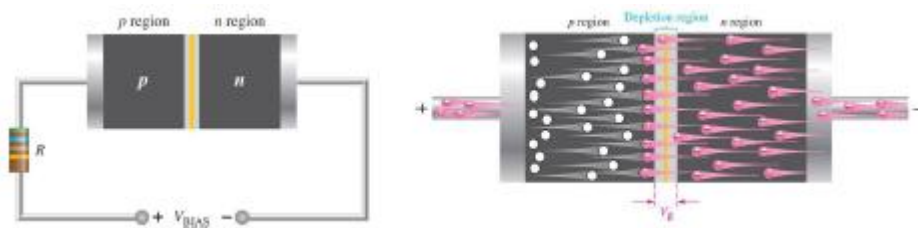
- En diode leder strøm i én retning, men ikke i den andre
- En diode består av en p-type og n-type halvleder som er festet til hverandre, i snittflaten oppstår det en *pn-overgang*
- Siden det ene området har overskudd av frie elektroner og det andre av hull, vil elektroner i overgangsområdet vandre over til den andre siden
- Dette gjør at n-siden får et lite overskudd av positiv ladning, mens p-siden får overskudd av negativ ladning
- Driften av elektroner stanser opp når p-siden får for mange elektroner



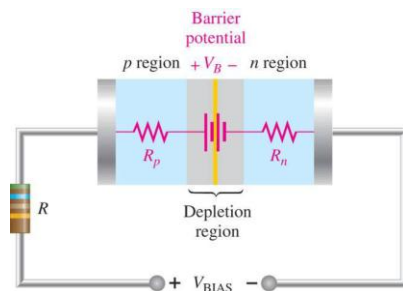
- Området hvor det er opphopning av elektroner-hull kalles for et *depleksjonsområde* (tømt for frie elektroner)
- Depleksjonsområdet har en spenningsforskjell (potensial-barriere) på ca. 0,7 volt (avhengig av dopingmaterialet)

- Biasing av dioder

- Avhengig av polariteten til p-regionen i forhold til n-regionen vil en diode enten lede eller sperre for strøm

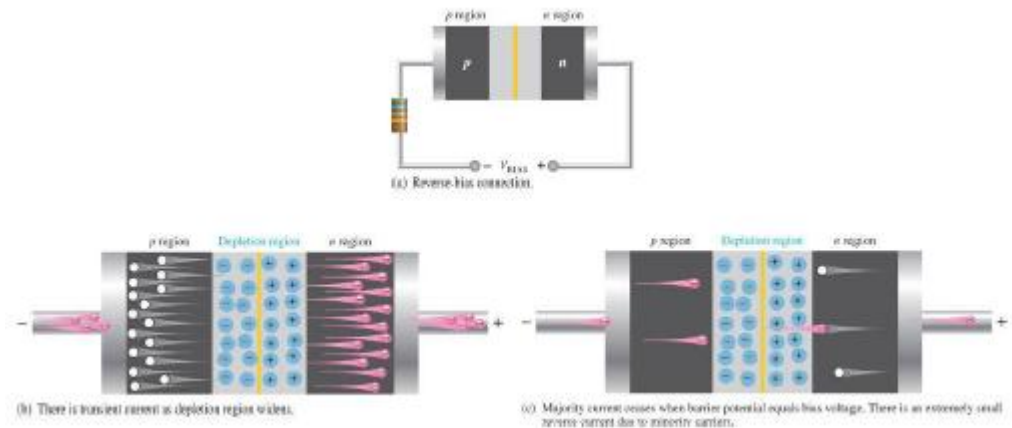


- Hvis p er mer positiv enn n-regionen (forover-modus), vil dioden lede strøm forutsatt at V_{bias} er større enn potensialbarrieren
- Når dioden opererer i forover-modus, kan den modelleres som to motstander i serie med et batteri



- Diode i revers-modus (sperre)

- Hvis p-regionen er mer negativ enn n-regionen, vil dioden være sperret (reverse bias)

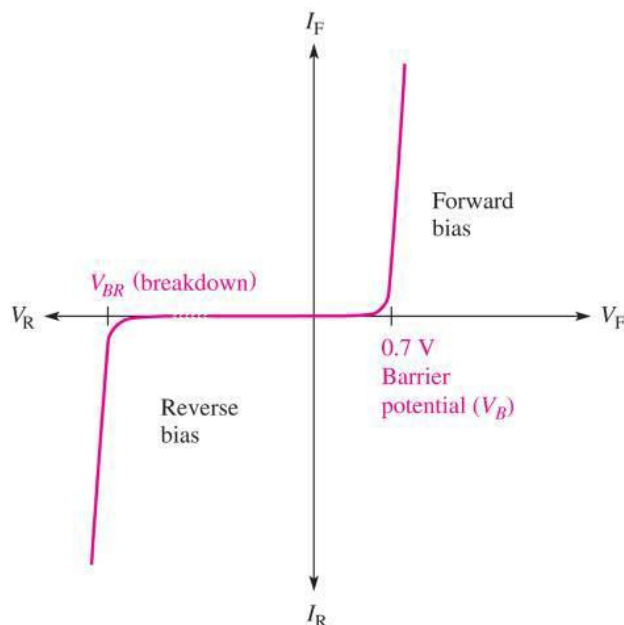


- Sammenbrudd (breakdown)

- Hvis dioden opererer i revers (sperre)-modus og spenningen øker til et visst nivå, vil noen elektroner i p-regionen få nok energi til å bryte deplesjons-barrieren
- Dette kan forårsake kollisjoner med andre elektroner i valensbånd, disse slås løs og kolliderer med andre elektroner
- Til slutt bryter strukturen sammen i en snøskred-effekt, og dioden leder strøm
- Vanlige dioder blir permanent ødelagt av dette, mens andre dioder (Zener-dioder) tåler dette og sperrer når spenningen blir lavere enn breakdown-spenningen

- Diodekarakteristikker

- Diodekarakteristikken beskriver strømmen gjennom dioden som funksjon av spenningen over den
- I forover-retningen går det nesten ikke strøm hvis spenningen er lavere enn V_B
- I bakover-retningen går det ikke strøm før V_{BR} nås
- V_{BR} er typisk mye større enn V_B



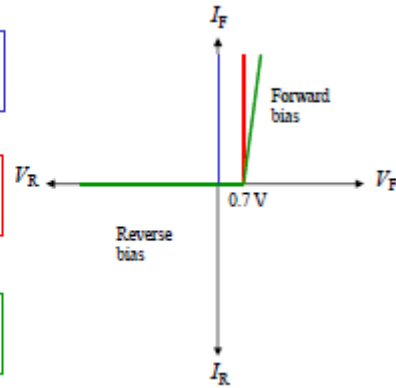
- Diodemodell

- En diode kan modelleres på flere måter, avhengig av hvor nøyaktig man trenger den

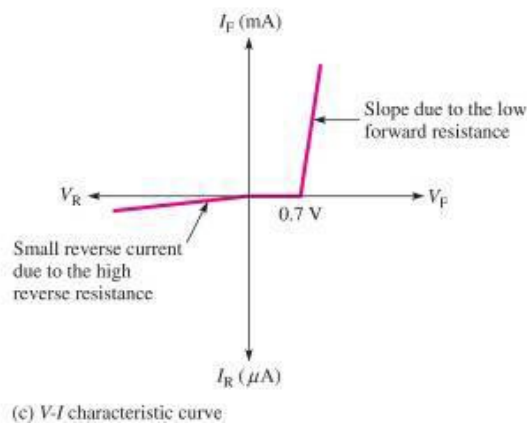
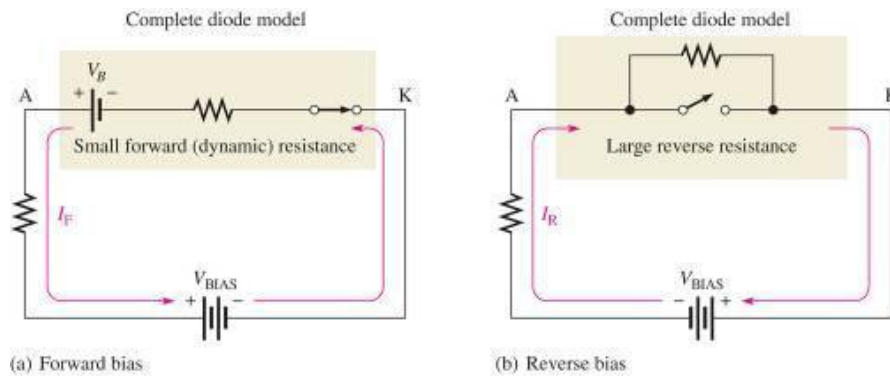
Den ideelle modellen bruker en bryter

En praktisk modell inkluderer forover-barrieren.

En mer komplett modell inkluderer motstand i forover-retningen



- I noen tilfeller må man også modellere strømmen som går når dioden er i sperre-modus

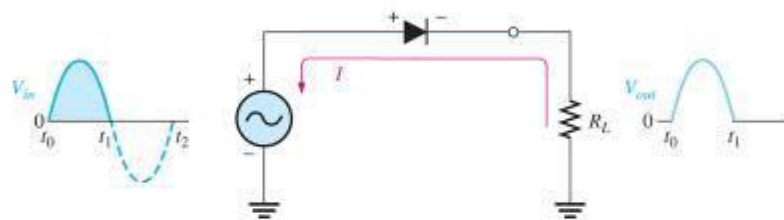


- Bruk av dioder: Likerettere

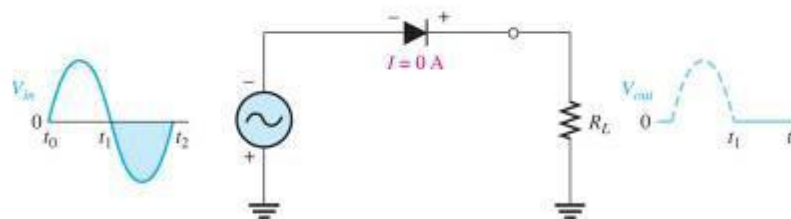
- Ofte trenger man å konvertere en vekselspanning/strøm til en likespenning/strøm, f.eks. i strømforsyninger til pc'er, mobiltelefoner osv.
- Dioder er essensielle i alle former for likerettere
- Den enkleste formen for likeretter er en halvbølge-likeretter



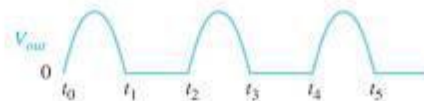
(a) Half-wave rectifier circuit



(b) Operation during positive alternation of the input voltage



(c) Operation during negative alternation of the input voltage

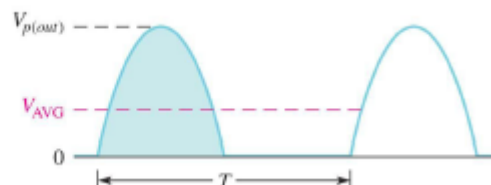


(d) Half-wave output voltage for three input cycles

- Halvbølgelikeretter

- Den gjennomsnittlige utspenningen fra en halvbølgelikeretter er:

$$V_{AVG} = \frac{V_{P(OUT)}}{\pi}$$



- Den maksimale utspenningen er gitt av:

$$V_{AVG} = \frac{V_{P(IN)} - 0,7v}{\pi}$$

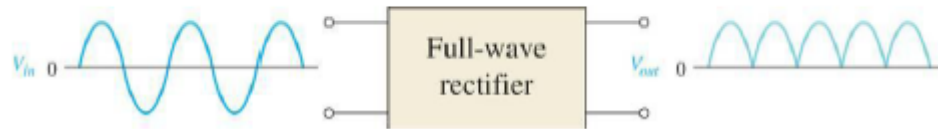
- Tar man hensyn til spenningsfallet over dioden blir utspenningen:

$$V_{P(out)} = V_{P(IN)} - 0,7v$$

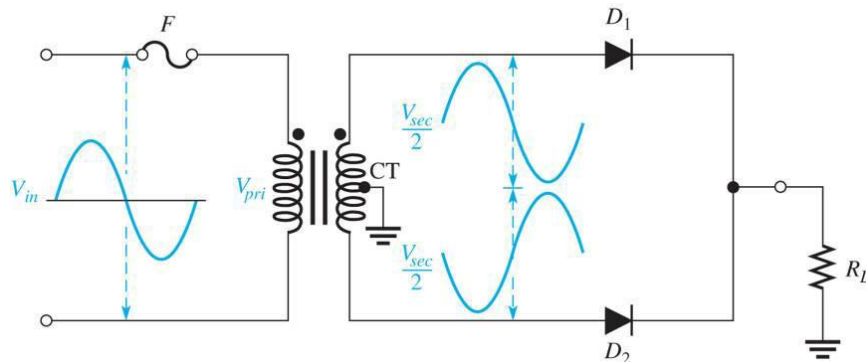
- Fullbølgelikeretter

- Halvbølgelikeretteren er lite anvendelig siden den fjerner halve signalperioden
- Fullbølgelikeretteren «snur» den negative halvperioden og gjør den positiv, og den gjennomsnittlige utspenningen er det dobbelte av halvbølgelikeretterens

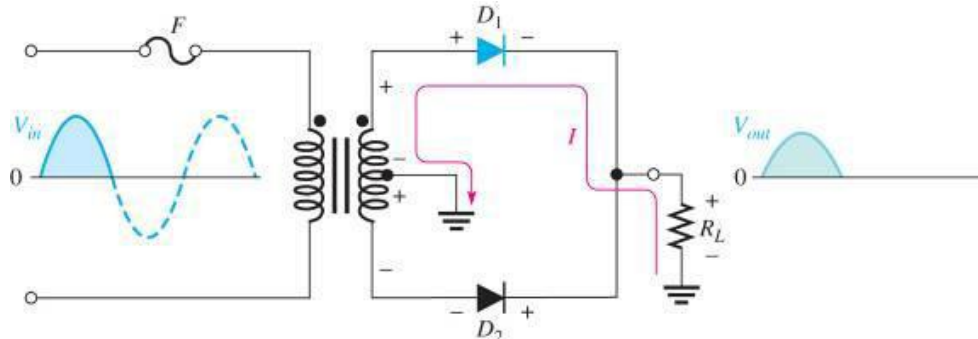
$$V_{AVG} = \frac{2V_{P(OUT)}}{\pi}$$



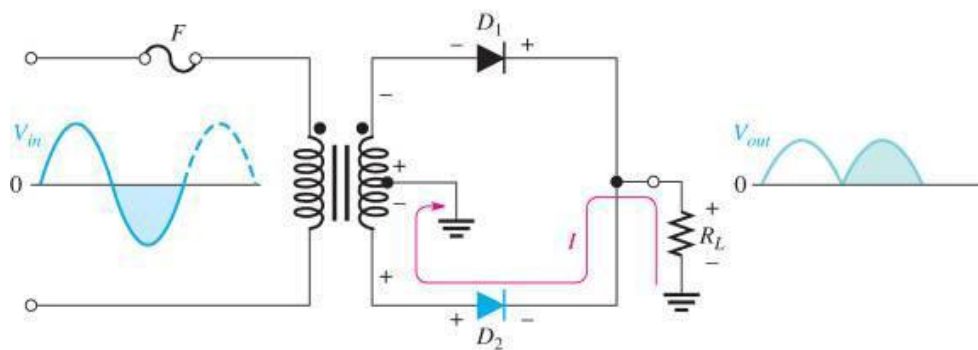
- Fullbølgelikerettere konstrueres enkelt hvis man har en transformator som gir har to utganger som er forskyvet 180 grader i forhold til hverandre



- I den ene halvperioden leder den ene dioden mens den andre er sperret, og når polariteten snur sperrer den første mens den andre leder



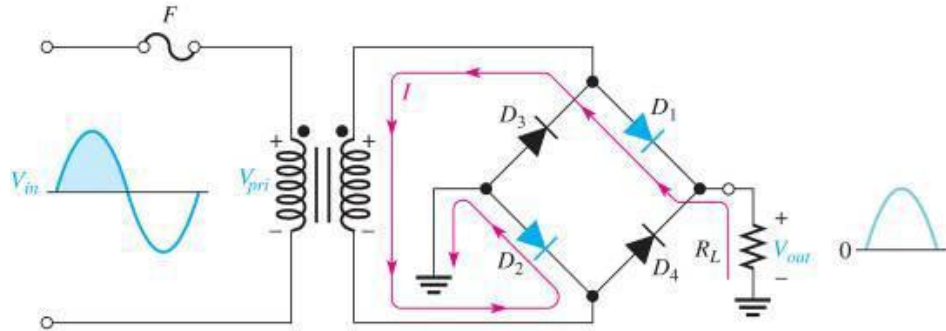
(a) During positive half-cycles, D_1 is forward-biased and D_2 is reverse-biased.



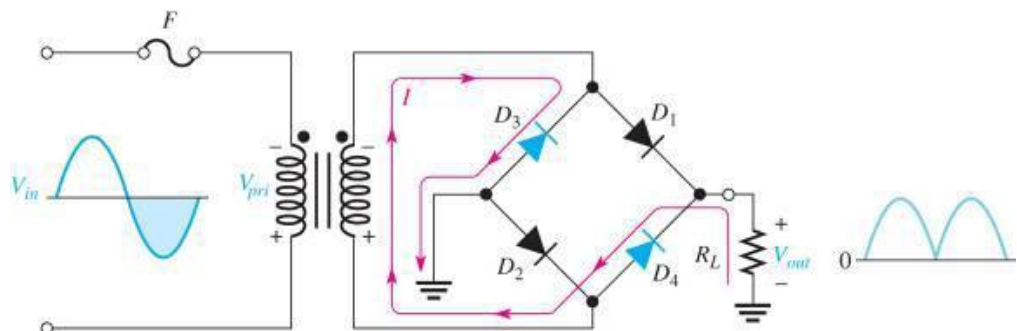
(b) During negative half-cycles, D_2 is forward-biased and D_1 is reverse-biased.

- Brolikeretter

- Hvis det ikke er praktisk å hente ut separate halvbølger med motsatt polaritet fra en strømforsyning, kan man bruke en brolikeretter



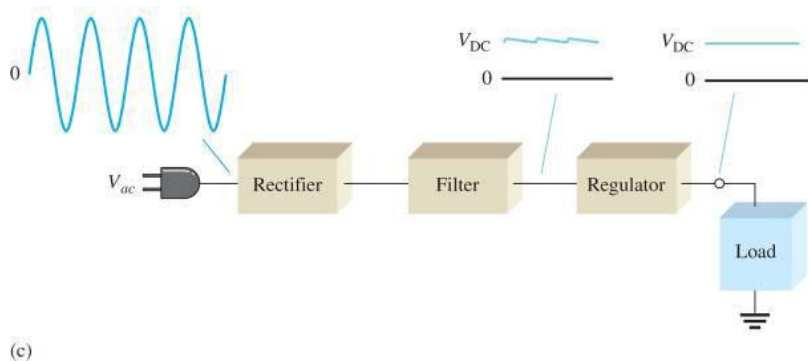
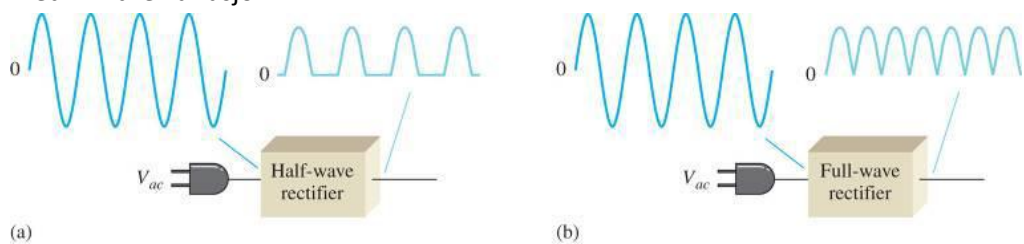
(a) During positive half-cycle of the input, D_1 and D_2 are forward-biased and conduct current. D_3 and D_4 are reverse-biased.



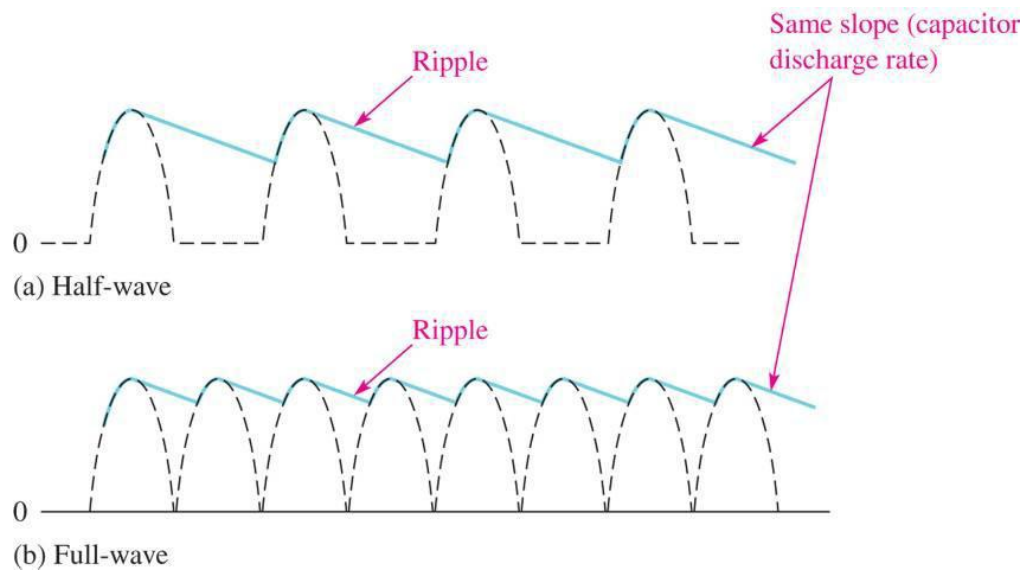
(b) During negative half-cycle of the input, D_3 and D_4 are forward-biased and conduct current. D_1 and D_2 are reverse-biased.

- Strømforsyninger

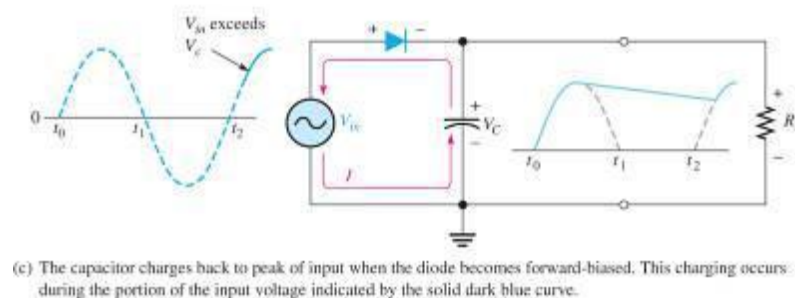
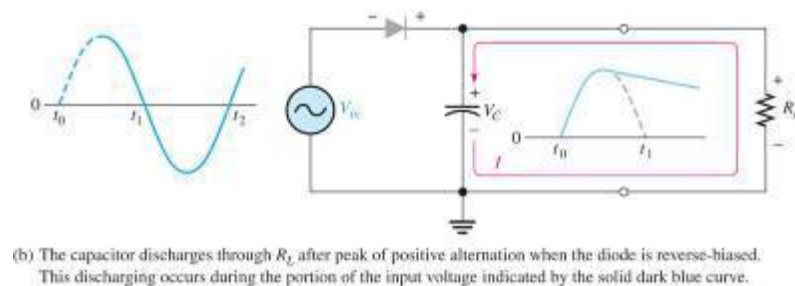
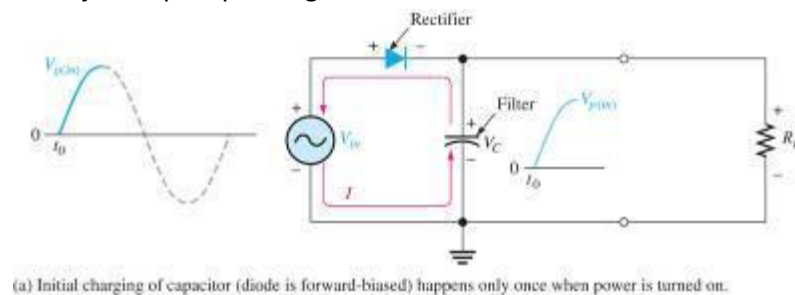
- Selv om en fullbølgelikeretter er mer effektiv enn halvbølge-likeretter, kan den ikke brukes som DC-forsyningsspenning
- Ved å koble til et filter på utgangen av fullbølge-likeretteren får man en spenning med mindre variasjon



- Fullbølgelikeretterere er bedre å bruke fordi det er mindre spenningsvariasjon som skal glattes ut



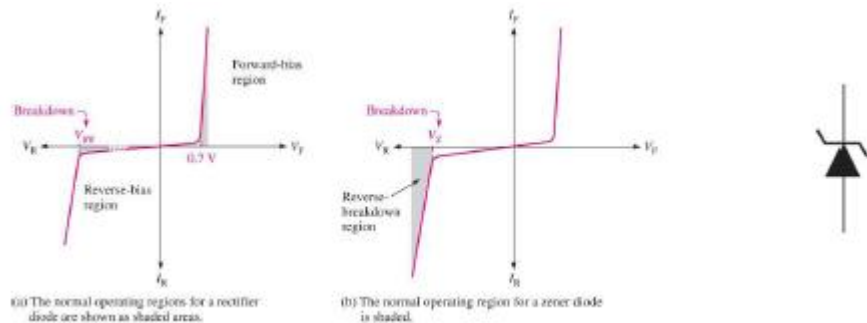
- Ved å koble inn en kondensator kan man glatte ut variasjonen i utgangssignalet
- I tillegg kan man sette inn regulatorer som kompenserer for temperatur, last og variasjon i input spenning



- Spesialdioder

○ Zener-diode

- En Zener-diode tåler høy revers-spenningen uten å ødelegges og er konstruert for å jobbe i break-down



- Zener-dioden brukes ofte for å lage en spenningsreferanse

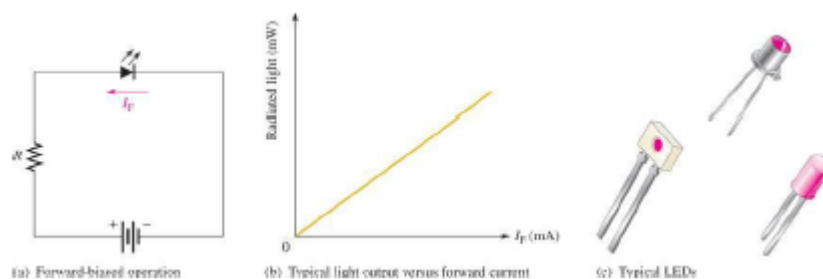
○ Varactor-diode

- En Varactor-diode er en blanding av diode og kondensator, hvor kapasitansen er avhengig av bias-spenningen
- Varactor-dioden opereres i bakover-retningen og brukes i trådløs kommunikasjon for å tune frekvenser



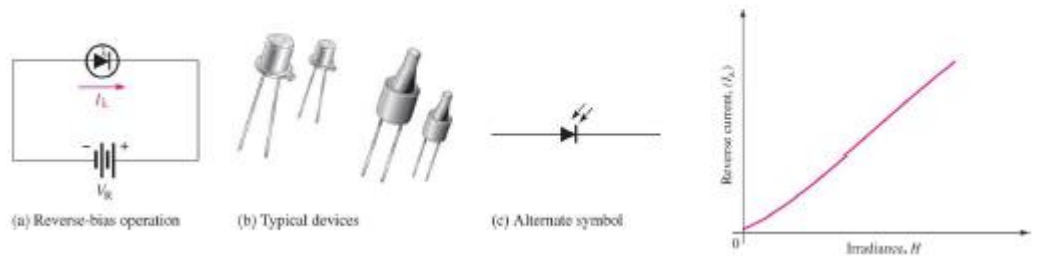
○ LED (lysdiode)

- En LED (lysdiode) er en diode som gir fra seg synlig lys når den opererer i forover-retningen
- Avhengig av halvleder-materiale og doping kan man produsere lysdioder i mange ulike farger



- **Fotodiode**

- En fotodiode opererer i revers-modus og vil lede en strøm som er proporsjonal med lyset som treffer den: Lyset tilfører energi som øker reversstrømmen



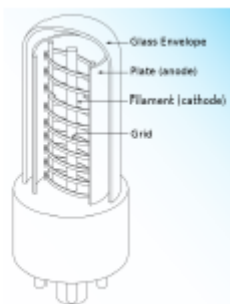
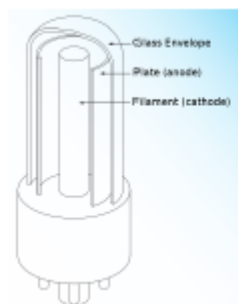
9) Transistorer

- Introduksjon

- Transistoren er den viktigste typen halvleder
- En transistor kan ses på som en strøm- eller spenningsstyrt strømkilde
- I analog elektronikk brukes transistorer til bla. forsterkere og filtre
- I digital elektronikk brukes transistorer for å lage logiske porter (AND, OR og NOT) og RAM/ROM
- Med transistorer kan man lage andre typer kretselementer
 - Dioder
 - Kondensatorer
 - Resistorer

- Vakuumrør

- Forløperen til transistoren er vakuumrøret, også kalt radorør
- Radorøret ble oppfunnet tidlig på 1900-tallet og gjorde praktisk radiosending og -mottak mulig fordi man kunne forsterke radiosignalene
- Radorøret kan enten brukes som en forsterker eller diode og baserer seg på elektroner som beveger seg i et vakuum
- Radorøret består av tre deler: *Anode*, *katode* og *gitter*
- Ved å varme opp *katoden* kan elektroner frigjøres og disse vil bevege seg over til *anoden*, forutsatt at *katoden* er mer negativ enn *anoden*. Det vil da gå en strøm fra *anoden* til *katoden*
- *Gitteret* kan brukes til å styre mengden elektroner fra katoden til anoden



- Radiorøret var enerådende i analog elektronikk og i de første datamaskinene frem til 50-tallet
- Den første moderne datamaskinen (von Neumann-arkitektur) var Colossus M1 som bestod av rundt 1500 rør
- Colossus ble brukt til kryptoanalyse av britene i 2. verdenskrig
 - Strømforbruket var på hele 15kW
- Radiorøret brukes fortsatt i noen anvendelser i dag, blant annet i høykvalitets audioforsterkere
- Radiorør har en rekke ulemper
 - Stor fysisk størrelse
 - Stort effektforbruk som forsvinner i varme (40-70%)
 - Upålitelig (vakuum ødelegges)
 - Degradring over tid (soting etc.)
 - Treg oppstart (oppvarming av katode)
 - Generelt langsomme (som brytere)
 - Trenger relativt høy spenning på anoden (fra 22v og oppover til 130v)

- Transistoren

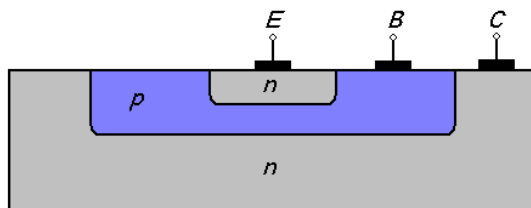
- Transistoren avløste radiatorøret som den mest brukte halvleder på slutten av 50-tallet
- Istedenfor elektroner i vakuum, baserer transistorens halvleder-egenskaper seg på elektriske egenskaper i fysiske overganger mellom ulike materialer, f.eks. silisium, germanium eller silisiumkarbid mot bor, arsen eller silisium
- Transistorer blir stadig mindre og mindre
 - Flere transistorer får plass på samme chip (et par milliarder!)
 - Effektforbruket synker
 - Hastigheten øker (tiden det tar å slå av/på strømmen)
- Sammenlignet med radiatorøret har transistoren en lang rekke fordeler:
 - Liten størrelse og minimal vekt
 - Enkel og fullautomatisert produksjonsprosess
 - Lavere arbeidsspenning (3.3 v eller lavere)
 - Ingen oppvarmingstid
 - Lavt effektforbruk og lite varmetap
 - Høy pålitelighet og fysisk robust
 - Lang levetid
 - Tåler mekanisk sjokk og vibrasjon
- Transistoren har også noen ulemper sammenlignet med radiatorør:
 - Kan operere på maks 1000 volt
 - Vanskelig å lage transistorer for både høy frekvens og høy effekt samtidig (f.eks. ved kringkasting)
 - Transistorer er mer følsomme for kraftig stråling og elektriske utladninger i omgivelsene
 - Ikke mulig å bytte ut enkelt-transistorer hvis de feiler; Hele kretsen må kastes

- Transistorens to hovedanvendelser

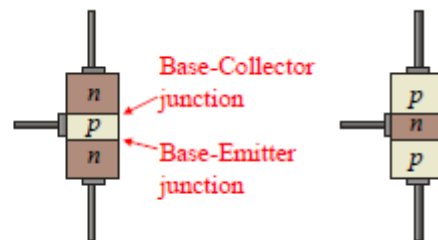
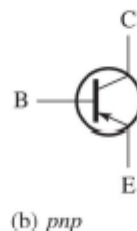
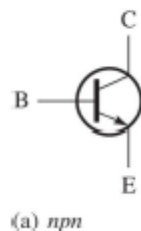
- Transistoren brukes stort sett som enten forsterker eller elektrisk styrt bryter
- Transistorer lages i mange ulike teknologier og hver type har sine anvendelsesområder
- Skal se på to typer: Bipolare transistorer (BJT) og felteffekt-transistorer (FET)
- Bipolare transistorer brukes hovedsakelig til forsterkere i analoge kretser, mens FET brukes i logiske porter i digitale kretser

- Bipolare transistorer (BJT)

- Bipolare transistorer (BJT) kan tenkes på som strøm-kontrollerte strømkilder
- Bipolare transistorer finnes både som enkelttransistorer og på integrerte kretser
- En BJT består av tre terminaler: *Base*, *emitter* og *kollektor*
- En BJT er enten av typen *pnp* eller *npn*
- En bipolar transistor kan ses på som to dioder med koblet sammen, med enten felles p- eller n-region

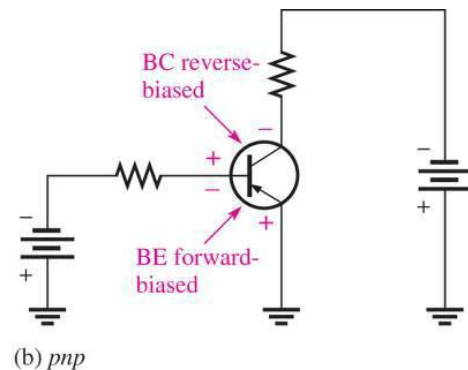
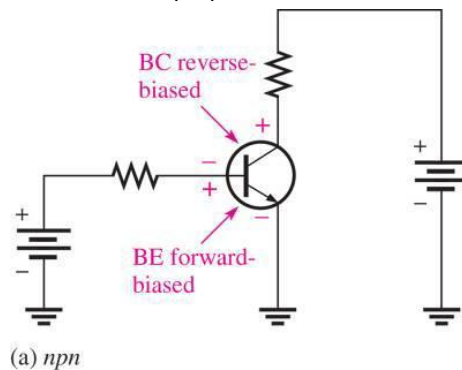


- BJT har to pn-overganger, og base-regionen er lett dopet, mens emitter- og kollektor-regionen er tungt dopet. Baseregionen er mye tynnere enn de andre



- Operasjonspunkt i bipolare transistorer

- Under normal drift må base-kollektor (BC) overgangen være forward-biased, mens base-emitter (BE) er reverse-biased

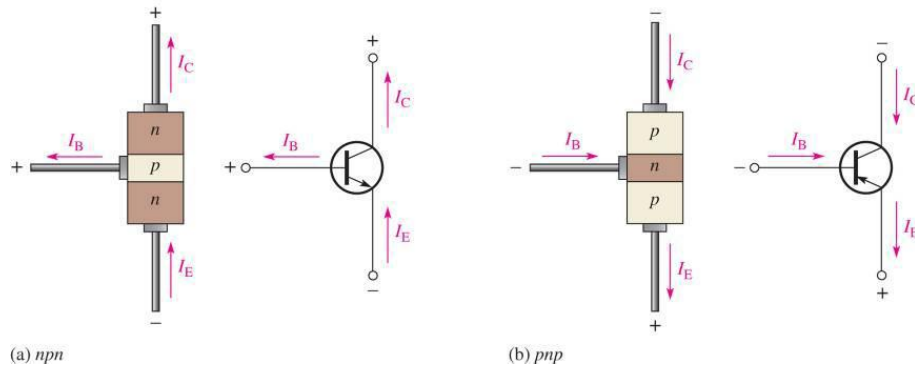


- Strømmer i bipolare transistorer

- Strømmene i en BJT er gitt ved følgende likninger:

$$I_E = I_C + I_B \quad I_C = \alpha_{DC} I_E \quad I_C = \beta_{DC} I_B$$

- Typiske verdier for α er 0.950-0.995, mens β er 20-300

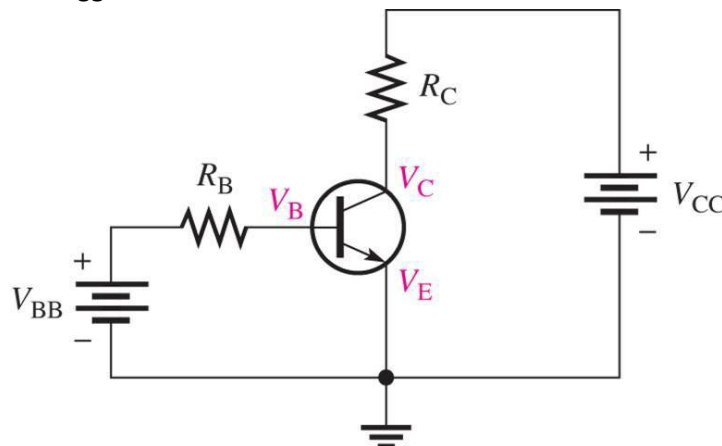


- Spenninger i bipolare transistorer

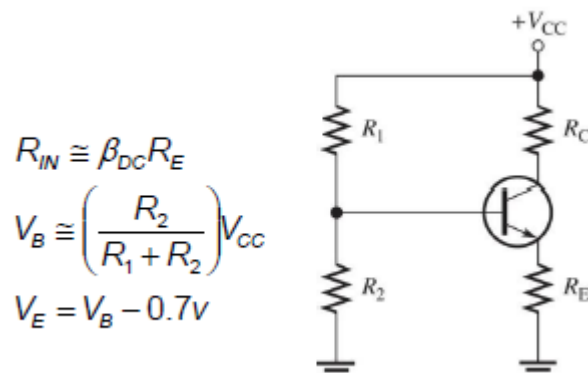
- For en BJT som er i korrekt operasjonsområde, er spenningene gitt av:

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C \quad V_B = V_E + V_{BE}$$

- R_B og R_C benyttes for å redusere strømmene I_B og I_C slik at transistoren ikke ødelegges



- For at en transistor skal fungere som en strømforsterker, må man designe kretsen slik at bias-spenningene er i korrekt område
- Den vanligste måten å sikre dette på er ved å lage et spenningsdeler-nettverk med mostander og kun én forsynings-spenning

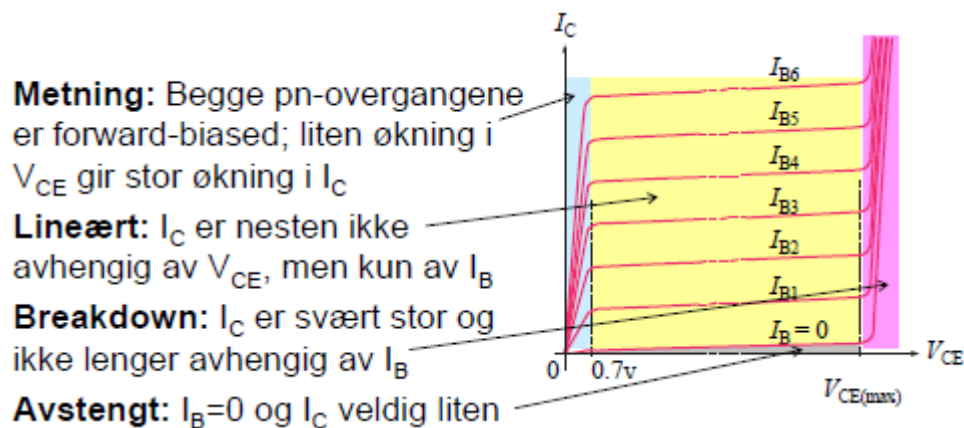


- Transistor-karakteristikk

- Når man skal bruke en transistor, må man sørge for at den opererer i det korrekte området
- Hva som er korrekt område avhenger av anvendelsen, f.eks. analogforsterker, digital bryter etc.
- En transistor opererer normalt i ett av tre områder:
 - Avstengt («Cut-off»)
 - Lineært («Linear»)
 - Metning («Saturation»)
- I tillegg kan den være i breakdown, men kan da bli ødelagt av for høy strøm

- Kollektorstrøm-karakteristikk

- Operasjonsområde og strømforsterkninger er bestemt av kollektor-strømmen I_C som funksjon av kollektor-emitterspenningen V_{CE} og basestrømmen I_B

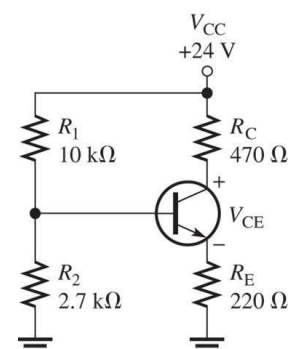


- Forsterkere

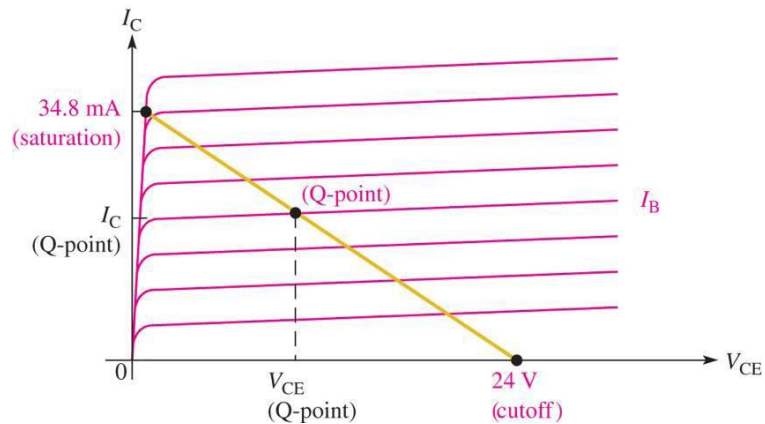
- Forsterkere klassifiseres i ulike klasser, avhengig av effektbehov, forsterkning, forvrengning osv.:
 - Klasse A: 100% av input-signalet benyttes, dvs. at transistoren leder i det lineære området gjennom hele syklusen til input (360°)
 - Klasse B: 50% av input-signalet benyttes, dvs. at transistoren leder i det lineære området gjennom halve syklusen til input (180°), og er i cut-off (ingen strøm) den resterende tiden
 - Klasse AB: To overlappende klasse B, dvs. at hver klasse B leder mer enn 50% av tiden
 - Klasse C: Mindre enn 50% av inputsignalet benyttes
 - Klasse D: Mer enn 90% av signalet brukes i høyeffekt-applikasjoner

- BJT klasse A-forsterker i DC-modus

- En klasse A forsterker lager en kopi av et svakt AC-input signal, men med større amplitude opptil 1W effekt
- For å sikre at en forsterker opererer korrekt, må man først bestemme maksimalt tillatt strøm I_C , og deretter finne motstandsverdiene, både for å generere I_B , og finne minimal og maksimal V_{CE} -spenning

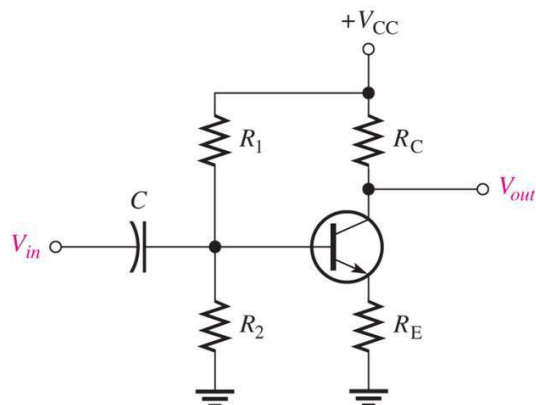


- DC-lastlinjen er den linjen som angir hvordan V_{BE} og I_C varierer for de gitte motstandsverdiene
- Q-punktet er det punktet hvor basestrømmen I_B krysser lastlinjen når input er gitt av bias-nettverket på inngangen



- Strømforsterkning med AC-input

- Neste steg er å koble et AC-signal til baseinngangen via en kondensator, noe som gjør at DC-operasjonsområdet ikke påvirkes



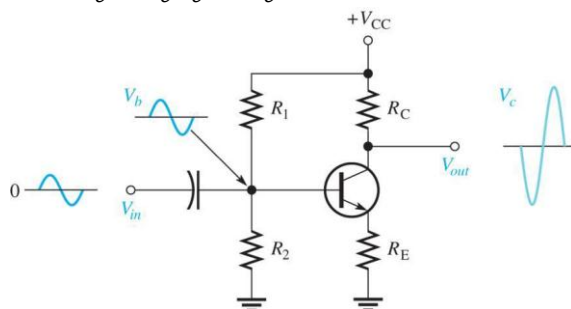
- Strømforsterkningen i denne kretsen er gitt av:

$$\beta_{ac} = \frac{I_C}{I_b} \cong \beta_{DC}$$

- Spenningsforsterkning med AC-input

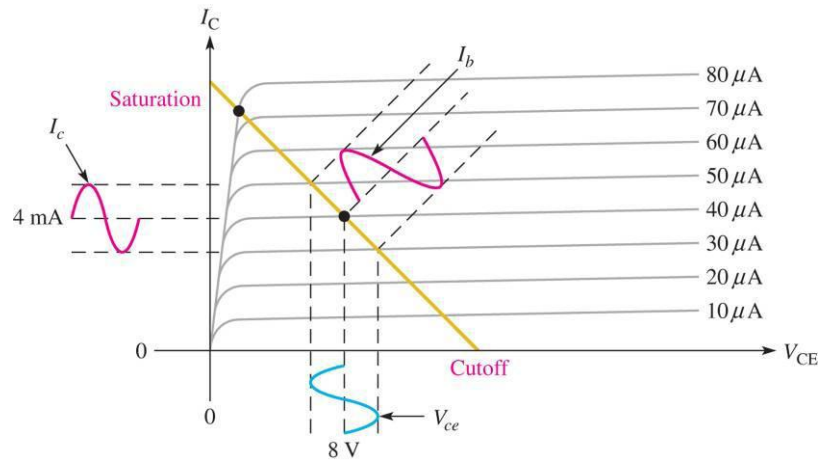
- Når base-emitter overgangen er forward-biased, er V_b tilnærmet lik V_e .
- Dermed er spenningsforsterkningen A_v gitt av

$$A_v \cong \frac{V_C}{V_e} = \frac{I_C R_C}{I_e R_e} \cong \frac{R_C}{R_e}$$



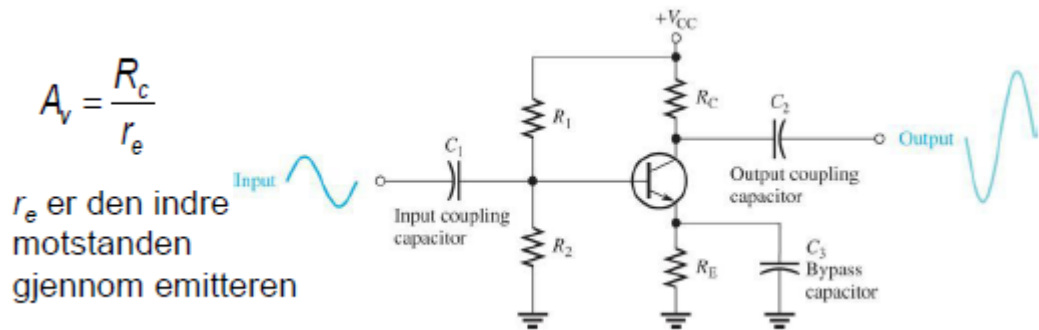
- Oppførsel langs lastlinjen

- For en gitt konfigurasjon og min-max område for inputsignalet kan man plote base- og kollektorstrøm, og utgangsspenning langs lastlinjen



- Felles emitter-forsterker (CE)

- En felles-emitter forsterker (CE) isolerer forsterkeren både fra input og output DC-last vha. kondensatorer
- I tillegg gjør en bypass-kondensator at spenningsforsterkningen øker

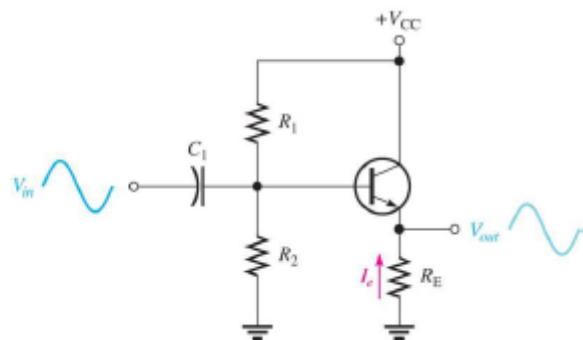


- Felles kollektor-forsterker (CC)

- En annen type forsterker er felles-kollektor (CC) eller emitterfølger forsterker. V_{out} tas fra emitter og ikke kollektor
- Felles-kollektorforsterkeren har en spenningsforsterkning på ca. 1, mens strømforsterkningen er større enn 1

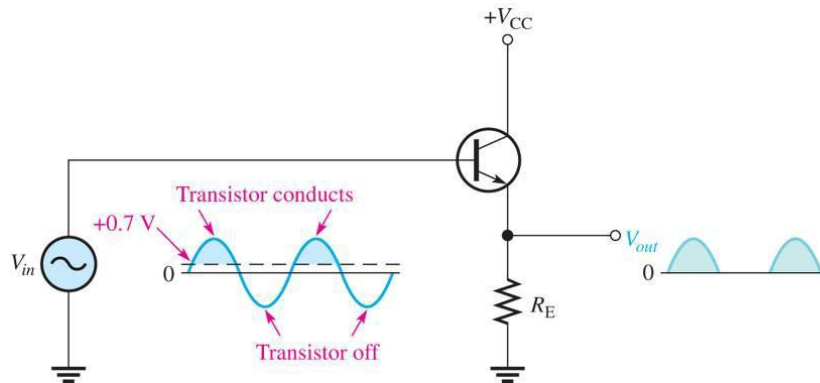
$$A_v = \frac{R_E}{r_e + R_C} \quad A_i = \frac{I_e}{I_s}$$

$$I_s = \frac{V_s}{R_{in(tot)}}$$



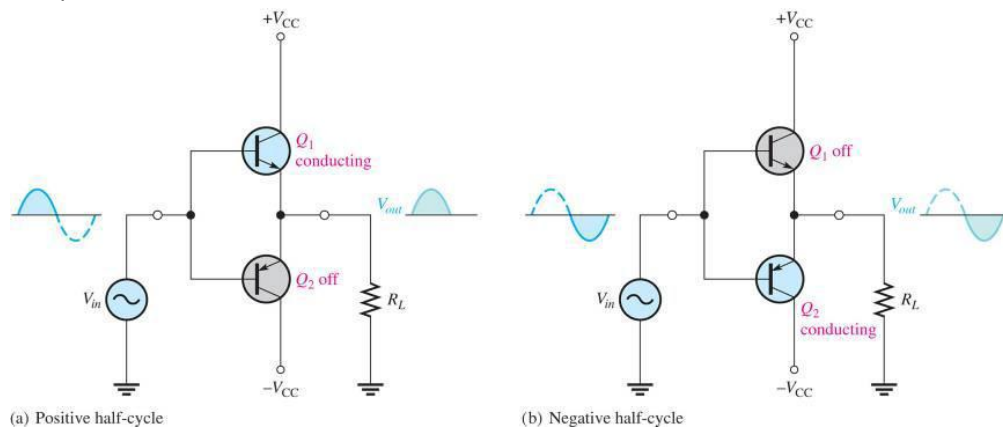
- BJT klasse B-forsterker

- En enkel klasse B forsterker bruker bare halve inputsignalet, dvs. 180 grader
- Klasse B-forsterkere gir mer output-effekt enn en klasse A
- Nesten halvparten av tiden er transistoren i cutoff og resten av tiden leder den

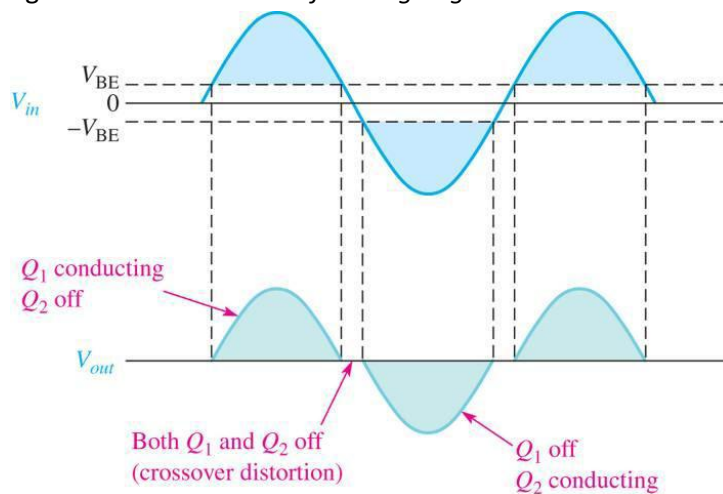


- Push-pull (klasse B)

- For å gjøre en klasse B-forsterker mer anvendelig, lager man et komplementært trinn med én npn- og én pnp-transistor
- I den ene halvperioden leder den ene transistorer, mens den andre leder i motsatt halvperiode



- Pga. forward bias-spenningene er det områder hvor begge transistorene er i cutoff, og dette kalles *crossover-forvrengning*

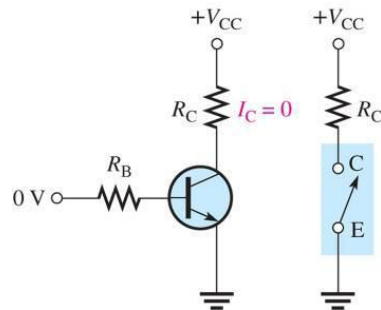


10) Felteffekt-transistorer

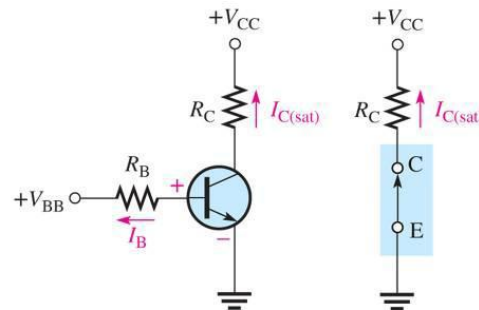
- BJT som bryter

- Når en BJT brukes som forsterker opererer den i det lineære området
- Hvis man lar en BJT enten være i cutoff eller i metning, kan den brukes som en strøm(spenning)-styrt bryter
- Strøm- eller spenningsstyrte brytere brukes i digitale kretser, bla. for å lage AND-, OR- og NOT-porter
- Selv om en BJT kan brukes som elektronisk bryter, er den ikke godt egnet for bruk på integrerte kretser pga. relativt høyt strømforbruk
- Når base-emitter ikke er forward-biased ($V_B=0$), er transistoren i cutoff, dvs. at $V_{CE} \approx V_{CC}$
- Når base-emitter er forward-biased, vil det gå en maksimal kollektorstrøm gitt av

$$I_{C(SAT)} \cong \frac{V_{CC}}{R_C}$$



(a) Cutoff — open switch



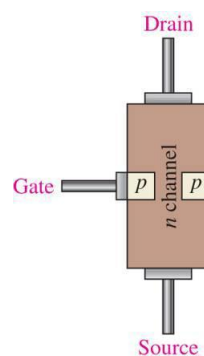
(b) Saturation — closed switch

- Felteffekttransistorer (FET)

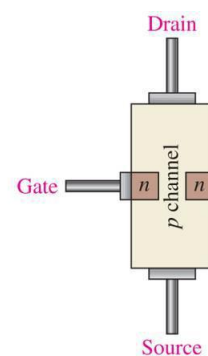
- En FET er en spenningsstyrt strømbryter
- De tre terminalene heter hhv. Drain (tilsv. Collector), Gate (tilsv. Base) og Source (tilsv. Emitter)
- Av FET finnes to hovedgrupper:
 - Junction FET (JFET)
 - Metal-Oxide Semiconductor FET (MOSFET)
- MOSFET-varianter er de mest vanlige transistorene i digitale integrerte kretser

- JFET

- JFET har en ledende kanal med source og drain-tilkobling i hver ende av kanalen
- Strømmen i kanalen kontrolleres av spenningen på gaten
- Som for en BJT finnes to typer JFET, kalt hhv. n-type eller p-type, avhengig av hva som er majoritetsbærer i kanalen
- Gatespenningen regulerer motstanden i kanalen under gaten

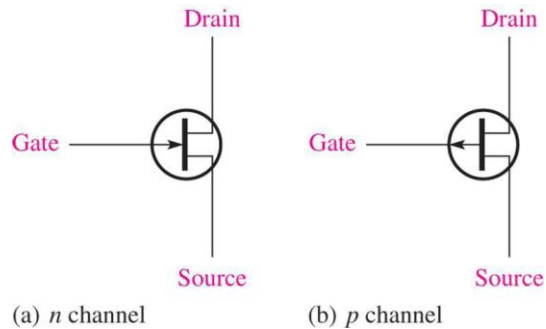


(a) n channel



(b) p channel

- Avhengig av om kanalen er p- eller n-type, er symbolene



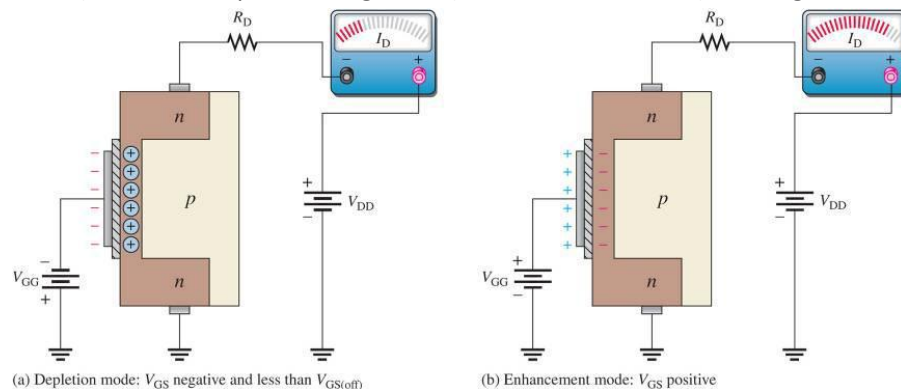
- For n-type må gate-spenningen være høyere enn source-spenningen for at JFET skal lede, mens gate-spenningen må være lavere enn drain-spenningen for at en p-type skal lede

- MOSFET

- En MOSFET har ingen pn-overganger som JFET, BJT og dioder
- Gaten på en MOSFET er elektrisk isolert fra drain-source vha. et tynt lag med silisiumdioksyd
- MOSFET kommer i to hovedkategorier
 - Depletion-mode
 - Enhancement-mode
- MOSFET er den aller vanligste transistoren i digitale kretser; den kan også brukes som spenningskontrollert motstand eller som kondensator, i f.eks. hukommelsesceller (RAM)

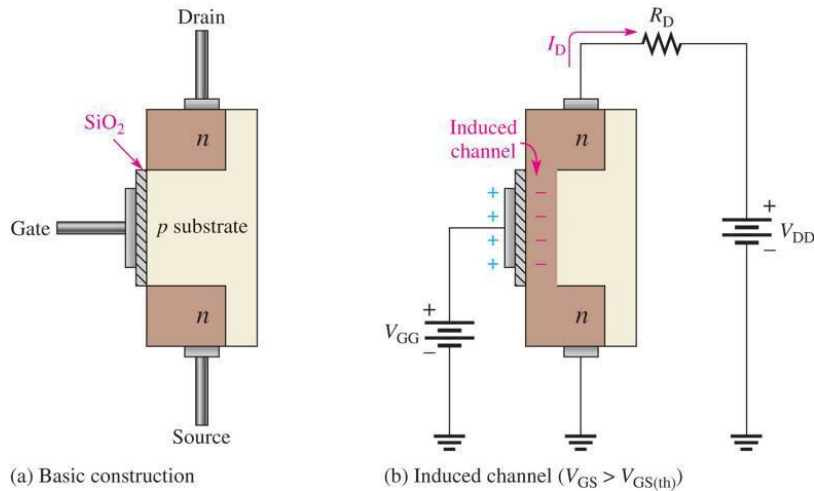
- Depletion(D)-MOSFET

- En D-MOSFET har en fysisk kanal under gaten
- Avhengig av gate-spenningen vil majoritetsbærerne enten blokkeres (depletion mode) eller kunne passere regionen (enhancement mode) under gaten

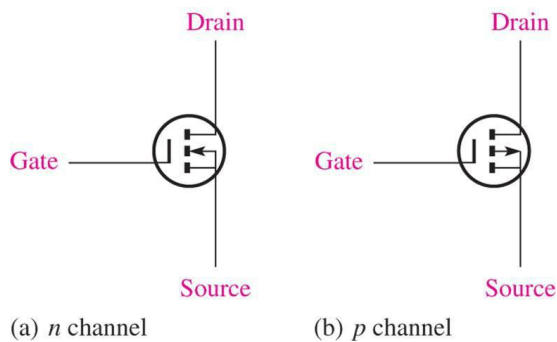


- Enhancement(E)-MOSFET

- En E-MOSFET har ingen fysisk kanal med majoritetsbærere under gaten
- Avhengig av gate-spenningen vil det dannes en n-kanal gjennom p-substratet
- Gate-spenningen må over et visst nivå i forhold til source-spenningen for at det skal kunne dannes en kanal

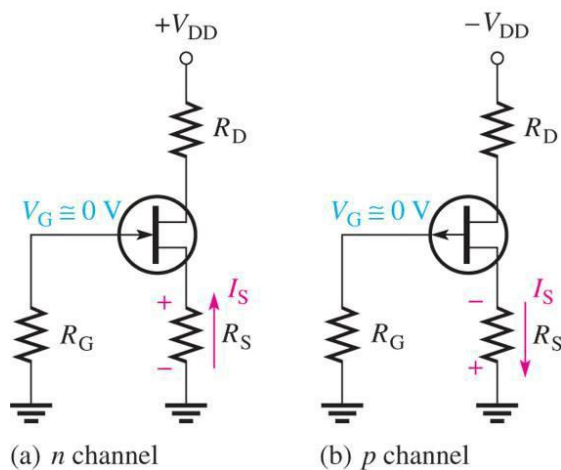


- En av de største fordelene med E-MOSFET er at det går svært lite strøm når den er i cutoff og at det går nesten ingen strøm gjennom gaten uansett operasjonsområde ($\sim \mu A$)



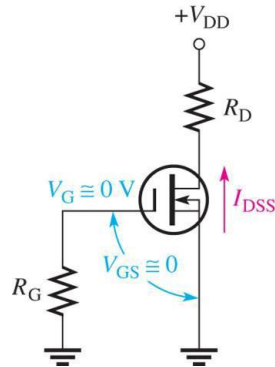
- JFET biasing

- En JFET kan enklest gis bias via en liten motstand R_S i serie med source og en stor motstand R_G fra gate til jord
- Spenningsfallet over source-motstanden gjør at gate-source overgangen er reverse-biased



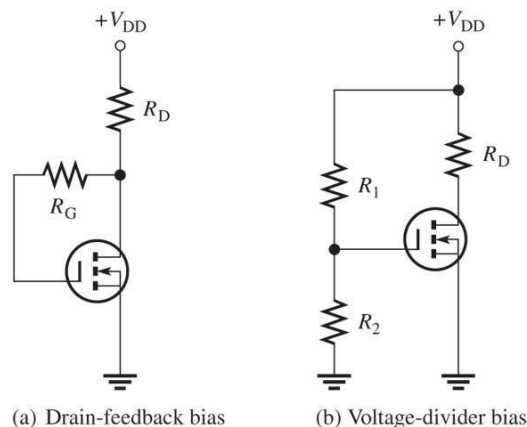
- D-MOSFET biasing

- En D-MOSFET kan fungere både i depletion og enhanced mode, dvs. at gate-source kan være både forover og revers-biased
- Enkleste bias-metode kalles zero-bias: Source kobles direkte til jord, mens gate kobles til jord via en stor motstand



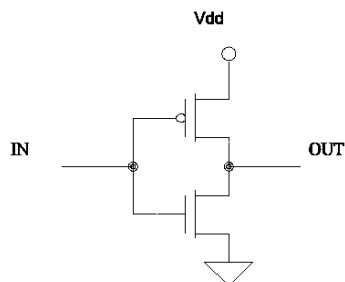
- E-MOSFET biasing

- En E-MOSFET må ha V_{GS} større enn en terskelspenning $V_{GS(th)}$
- E-MOSFET kan forsynes med bias på samme måte som en BJT, dvs. via en spenningsdeler, eller via drain feedback



- CMOS

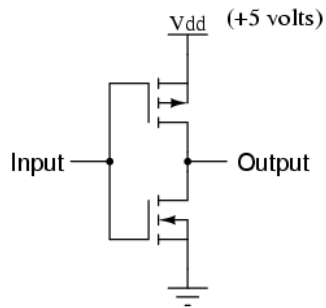
- CMOS er en spesiell type MOSFET hvor man produserer både p- og n-kanaltype på samme krets
- CMOS er svært utbredt i digitale kretser bla. fordi man får høy transistortetthet kombinert med lavt effektforbruk, og fordi man kan lage noe nær ideelle svitsjer



- Digitale porter: inverter

- En inverter tar som input et signal som enten er lavt (0v) eller høyt (5v) og produserer et utsignal som er det inverterte av innsignalet

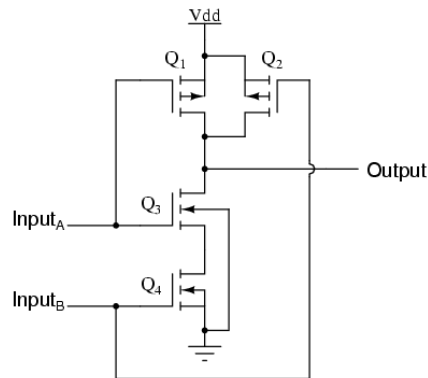
Inverter circuit using IGFETs



- Digitale porter: NAND-port

- En NAND-port utfører en logisk NAND-operasjon mellom to binære inputsignal (dvs. signal som har kun to diskrete signalnivåer)

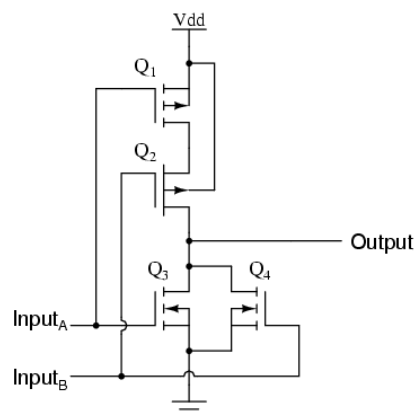
CMOS NAND gate



- Digitale porter: NOR-port

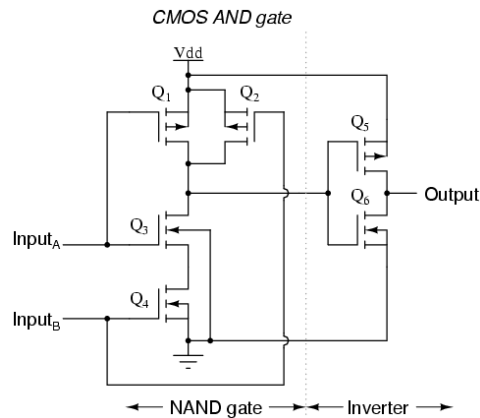
- En NOR-port utfører en logisk NOR-operasjon mellom to binære inputsignal (dvs. signal som har kun to diskrete signalnivåer)

CMOS NOR gate



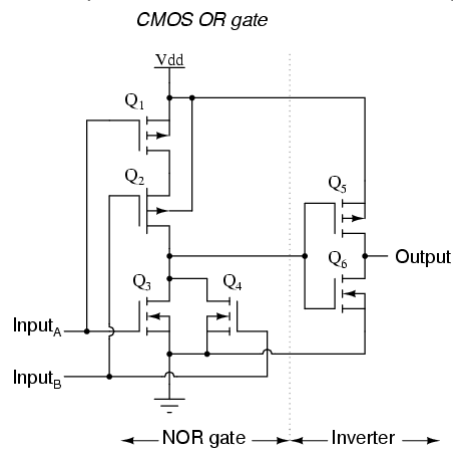
- Digitale porter: AND-port

- En AND-port konstrueres vha. en NAND-port og en inverter



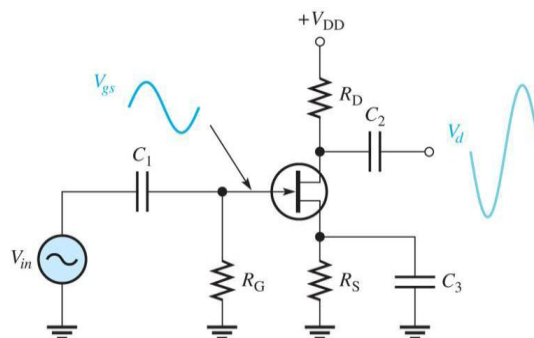
- Digitale porter: OR-port

- En OR-port konstrueres vha. en NOR-port og en inverter



- JFET-basert common-source forsterker

- FET-baserte forsterkere er spenningsstyrte og har verken så stor forsterkning eller er så lineære som BJT-forsterkere
- Den største fordel med FET-forsterkere er høy inngangs-impedans
- Input-resistansen er avhengig av bias-motstanden(e)
- R_G er høyere enn for BJT-forsterkere siden det nesten ikke går strøm inn gjennom gaten



- Transkonduktans

- En viktig parameter for en FET er transkonduktans

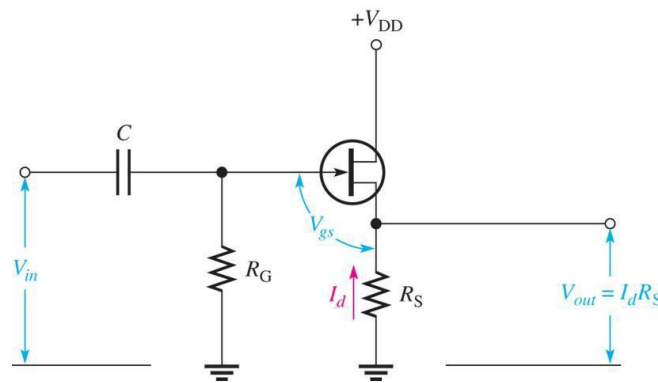
$$g_m = \frac{I_d}{V_{gs}}$$

- Forstavelsen «trans» betegner at man ikke måler ledningsevne på samme sted i kretsen (siden gaten er isolert fra source-drain)
- For en common-source forsterker er drain-strømmen multiplisert med drain-motstanden lik output-spenningen:

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{I_d R_d}{V_{gs}} = g_m R_d$$

- Common-drain forsterker

- Hvis man ikke trenger høy spennings-forsterkning men høy input-motstand, kan man bruke en common-drain forsterker



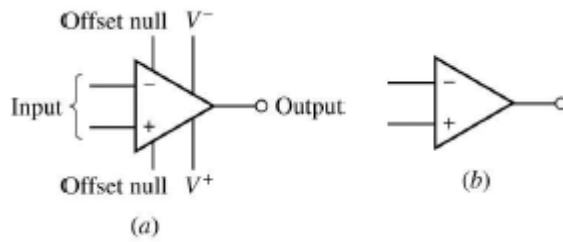
11) Operasjonsforsterkere

- Historikk

- Operasjonsforsterkeren ble oppfunnet på 1940-tallet og var da implementert med radorør
- Virkemåten er stort sett uendret, men karakteristikene har endret seg
- Som for øvrig for elektronikk har
 - Størrelsen blitt mindre
 - Effektforbruket mindre
 - Prisen lavere
 - Påliteligheten bedre
- Mens de første opamp'ene var bygget med diskrete komponenter er dagens ofte integrert med annen elektronikk

- Enkel opamp-modell

- Skjematisk tegnes en opamp slik (figur b):

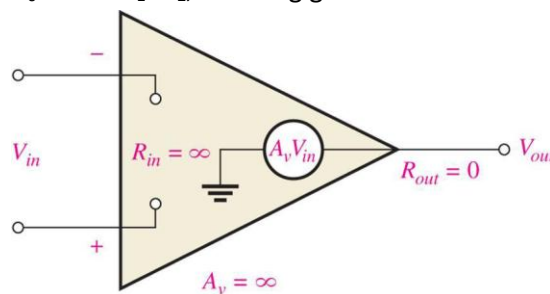


- Siden opamp er en aktiv enhet, trengs ekstern strømforsyning, og kalibreringssignaler i tillegg til strømforsyning
- En opamp kan ses på som en enkel forsterker med følgende sammenheng mellom input og output (A er forsterkningen):

$$v_{out} = A(v_+ - v_-)$$

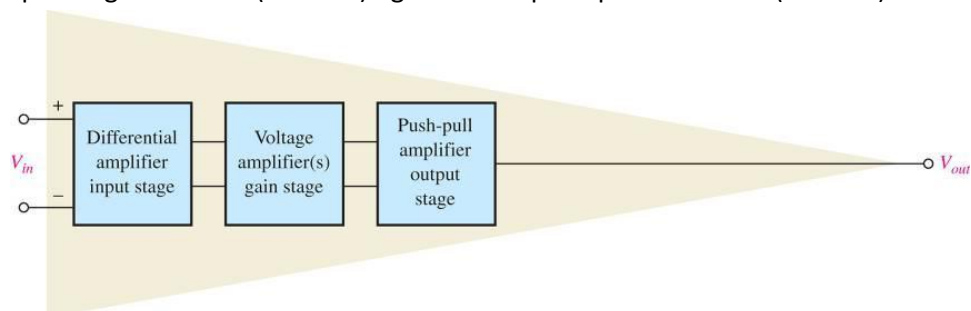
- Karakteristikk til en ideell opamp

- En ideell operasjonsforsterker har følgende egenskaper:
 - Input-motstanden $R_i = \infty$
 - Output-motstanden $R_o = 0$
 - Spenningsforsterkningen $A_v = \infty$
 - Båndbredden $= \infty$
 - $V_0=0$ når $V_1=V_2$, uavhengig av størrelsesordenen til V_1



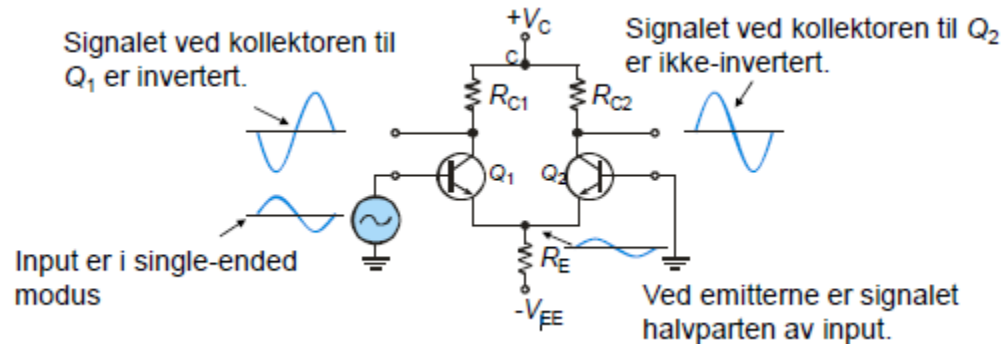
- Oppbygging av opamp

- De fleste opamp'er har et differensielt steg først, etterfulgt av en spenningsforsterker (klasse A) og tilslutt en push-pull forsterker (klasse B)

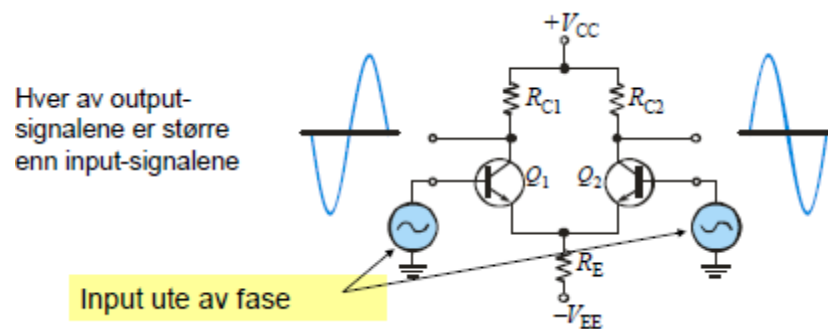


- Differensiell forsterker

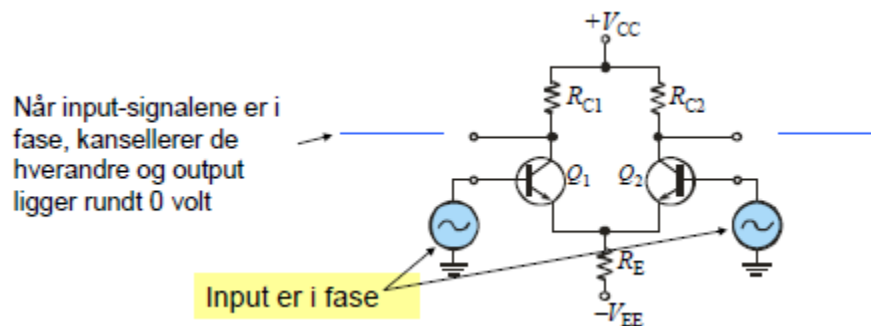
- Differensielle forsterkere («Diffamp») har fordeler sammelignet med andre forsterker, bla, undertrykker de «commom-mode» støy (støy som er tilstede i begge input-signalene)
- Diffamps kan designes både med BJT og FET; sistnevnte brukes hvis veldig høy inngangsmotstand er påkrevet
- Virkemåte når det ene input-signalen er koblet til jord («singleended mode»)



- Når begge input er koblet til signaler, og de er ute av fase kalles det for differensiell modus

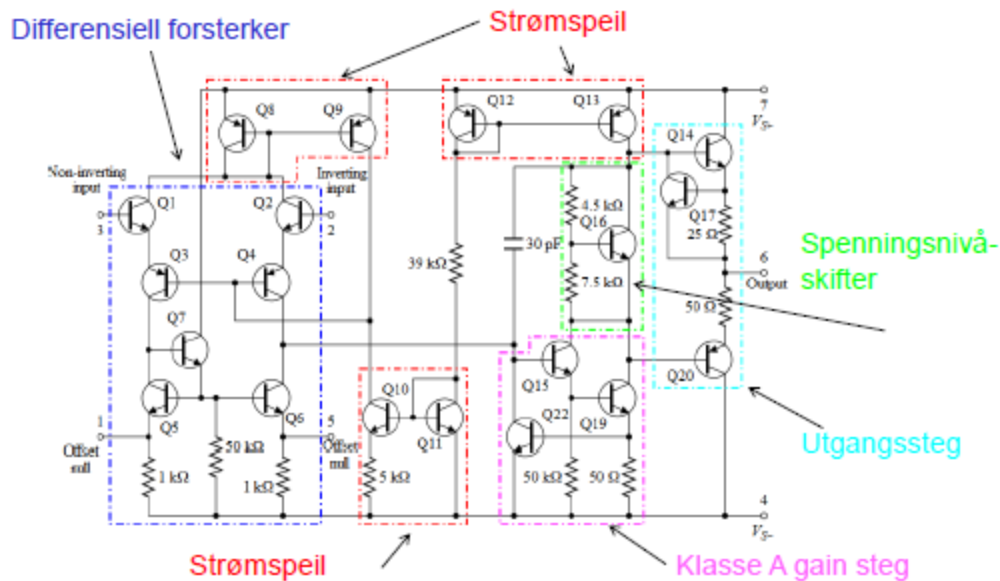


- Når begge input er koblet sammen, eller de er i fase, opererer diffampen i common-mode



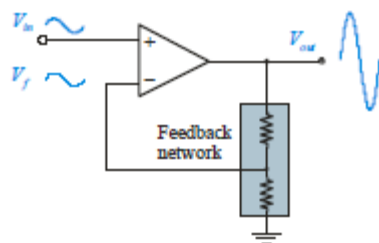
Hver av output-signalene er større enn input-signalene

- Implementasjon (741-type)



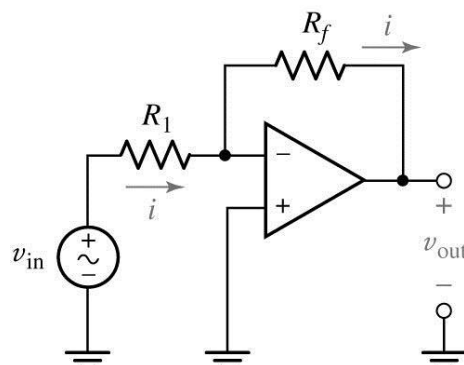
- Negativ tilbak kobling

- Tilbak kobling er en utbredt teknikk i bla. kontrollsystemer og forsterkere for å bedre linearitet
- Brukt på en diffamp fører negativ tilbak kobling til at de to inputsignalene alltid er i fase, men forskjellen i amplitude mellom dem forsterkes opp
- Hvis et input-signal hadde blitt koblet til jord og det andre til en ekstern kilde, ville små variasjoner ført til et stort output-signal (metning)

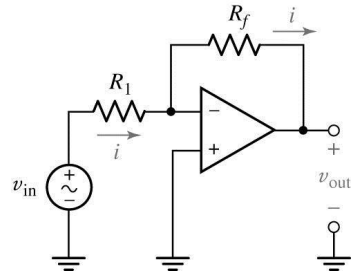


- Opamp med negative tilbak kobling

- For å forstå virkemåten til en krets med negativ tilbak kobling brukes en inverterende forsterker:



- Inverterende forsterker

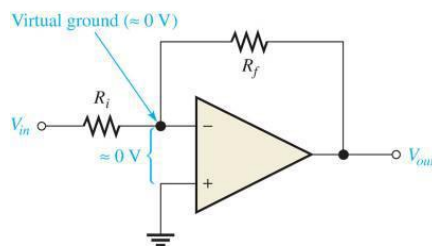


- Ønsker å finne utgangssignalet v_{out} som funksjon av v_{in}
- Setter opp KVL for kretsen:

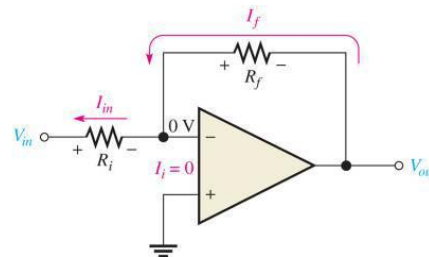
$$-v_{in} + R_1 i + R_f i + v_{out} = 0 \Leftrightarrow v_{out} = v_{in} - (R_1 + R_f) i$$
- Ved å anta at begge terminalene har samme spenning (virtuell jord) får vi at:

$$-v_{in} + R_1 i = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in}}{R_1}$$
- Har nå to ligninger med to ukjente og dette gir:

$$v_{out} = -\frac{R_f}{R_1} v_{in}$$



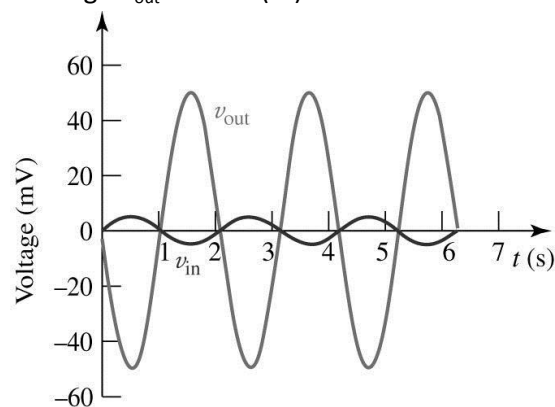
(a) Virtual ground



(b) $I_{in} = I_f$ and current at the inverting input, $I_i = 0$

- A er gitt av forholdet mellom R_f og R_1 :

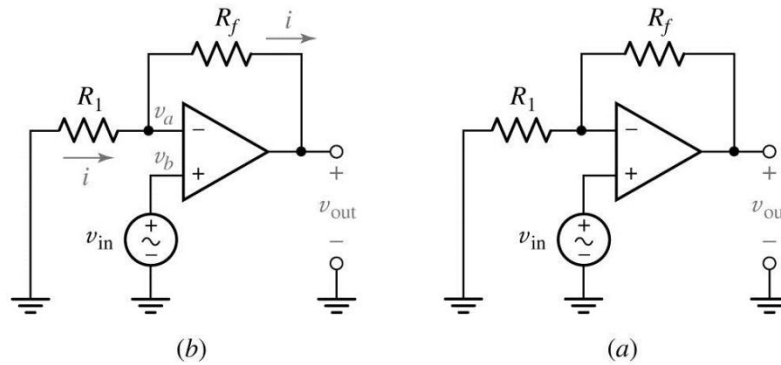
$$A = -\frac{R_f}{R_1}$$
- Ser på oppførselen med $v_{in} = 5\sin(3t)$ mV, $R_1 = 4.7$ k Ω , $R_f = 47$ k Ω
- Dette gir $v_{out} = -50\sin(3t)$ mV



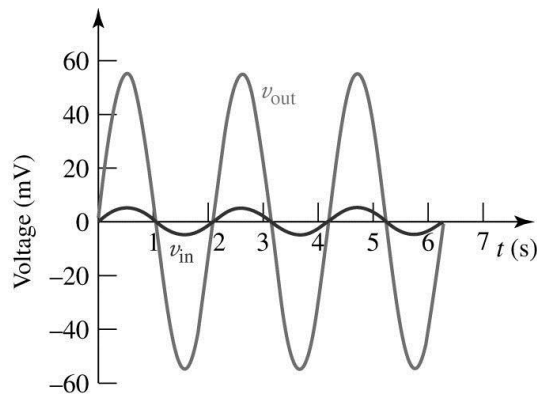
- Ikke-inverterende forsterker

- Hvis man ikke ønsker invertert output, kan man benytte en ikke-inverterende forsterker
- Bruker KCL for å finne v_{out} som funksjon av v_{in} :

$$\frac{v_a}{R_1} + \frac{v_a - v_{out}}{R_f} = 0 \wedge v_b = v_{in} \wedge v_a = v_{in} \Rightarrow v_{out} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) v_{in}$$

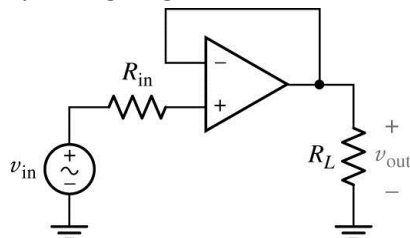


- Ser på oppførselen med $v_{in} = 5\sin(3t)$ mV, $R_1 = 4.7$ k Ω , $R_f = 47$ k Ω
- Dette gir $v_{out} = -55\sin(3t)$ mV
- Merk forskjellen i A mellom inverterende og ikke-inverterende forsterker.
- En inverterende forsterker har $A > 0$, mens en ikke-inverterende har $A \geq 1$



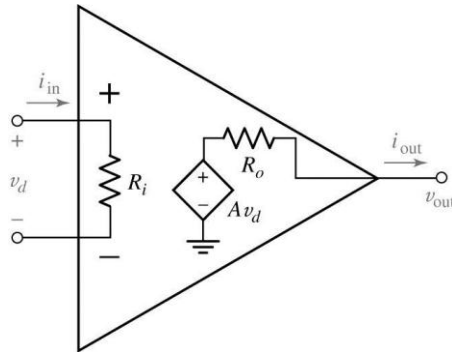
- Spenningsfølger

- En annen mye brukt konfigurasjon er spenningsfølgeren (buffer)
- $$-v_{in} + v_{out} = 0 \Leftrightarrow v_{out} = v_{in}$$
- $$A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 1$$
- Spenningsfølgeren brukes blant annet for å elektrisk isolere input fra output



- Praktiske opamp'er

- Ved å ta utgangspunkt i den enkle opamp-modellen kan man sette opp hvordan en praktisk opamp avviker fra en ideell



- Denne modellen har tre parametere som klassifiserer opampen:
 - Inngangsresistansen R_i
 - Utgangsresistansen R_o
 - Forsterkningen A
- For en fysisk opamp er R_i typisk $M\Omega$ eller større
- Utgangsmotstanden R_o er noen få Ohm
- Forsterkningen (open-loop, dvs. opamp'en alene) er vanligvis fra 10^5 og større
- Spesialiserte opamp'er kan ha helt andre verdier
- Fra den enkle modellen kan man utlede de to ideelle opamp-reglene (repetisjon):
 - Det er ingen spenningsforskjell mellom inngangsterminalene
 - Det går ingen strøm inn i inngangsterminalene
- Utgangsspenningen er gitt av:

$$v_{out} = Av_d \Rightarrow v_d = \frac{v_{out}}{A}$$
- Hvis A er svært stor, vil derfor v_d bli svært liten, siden v_{out} ikke kan være høyere enn spenningsforsyningen
- Inngangsstrømmen i_{in} er gitt av

$$i_{in} = \frac{v_d}{R_i} = \frac{v_{out}}{R_i A}$$
- Siden v_{out} er oppad begrenset av forsyningsspenningen (som betyr at v_d er liten), vil i_{in} være liten når R_i er stor
- Ut fra opamp-modellen kan man utlede utgangsspenningen:

$$v_{out} = Av_d - i_{out} R_o$$
- Hvis utgangsmotstanden R_o er større enn 0, vil output-spenningen v_{out} synke når utgangsstrømmen i_{out} øker
- En ideell opamp bør derfor ha $R_o = 0$
- I praktiske kretser er det viktig at utgangsmotstanden i forhold til lastmotstanden er så liten som mulig slik at det ikke blir spenningsfall som i sin tur er for mye avhengig av utgangsstrømmen

- Common-mode rejection

- Utgangsspenningen er proporsjonalt avhengig av *spenningsforskjellen* mellom inngangsterminalene
- I en ideell opamp vil en felles spenningskomponent ikke påvirke utgangssignalet
- I en fysisk opamp vil en felles spenningskomponent påvirke utgangssignalet
- Common-mode forsterkning (gain) er definert som

$$A_{CM} = \left| \frac{v_{oCM}}{v_{CM}} \right|$$

der v_{oCM} er utgangsspenningen når inngangen er $v_1 = v_2 = v_{CM}$

- Common-mode rejection ratio CMRR er definert som forholdet mellom gain i differensiell og common mode

$$CMRR \equiv \left| \frac{A}{A_{CM}} \right|$$

- CMRR oppgis ofte på desibelskala (logaritmisk)

$$CMRR_{dB} \equiv 20 \log_{10} \left| \frac{A}{A_{CM}} \right| \text{ dB}$$

- I desibel vil en dobling av CMRR innebære en økning på 6

- Metning (saturation)

- Metning er et ikke-lineært fenomen som opptrer når økning av inngangsspenningen ikke lenger gir økning i utgangsspenningen
- Utgangsspenningen fra en opamp kan aldri overstige forsynings-spenningen (forsterkningen er derfor i praksis begrenset)
- Transistorene som driver utgangen i opamp'en har konstant spenningsfall som gjør at maks utgangsspenning ligger under maks forsyningspenning
- Når opamp'en er i metning, opererer den utenfor det lineære området.
- Overgangen fra lineært område til metning er ikke nødvendigvis symmetrisk, dvs.

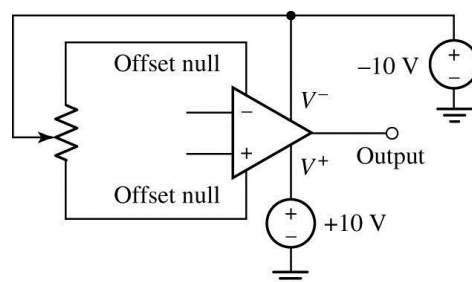
$$|v_{lin_{sat-}}| \neq |v_{lin_{sat+}}|$$

- Den positive og negative metningsspenningen er heller ikke alltid like, dvs.

$$|v_{max_{sat-}}| \neq |v_{max_{sat+}}|$$

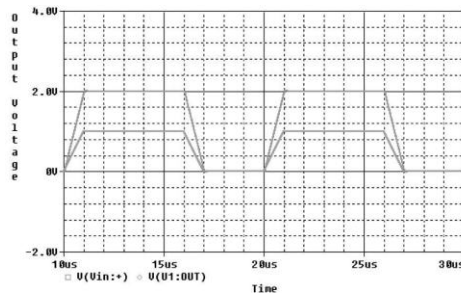
- Input offset-spenning

- Hvis inngangsterminalene er koblet sammen vil $v_d = 0$, og dermed $v_{out} = 0$, hvis opamp'en er ideell
- I praksis vil imidlertid $v_{out} \neq 0$ når $v_d = 0$
- Denne effekten kalles for input offset spenning
- Opamp'er er utstyrt med to ekstra terminaler slik at offset spenningen kan justeres til 0

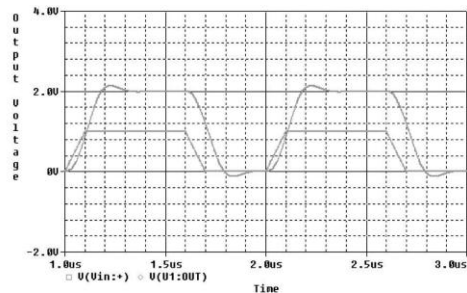


- Slew rate

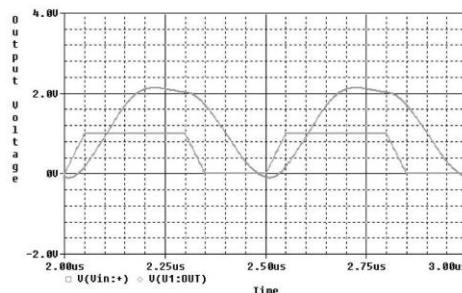
- Slew rate er et mål på hvor raskt utgangssignalet klarer å endre seg når inngangssignalet endrer seg
- Slew rate måles i *volt per sekund* på utgangen
- Ulike opamp'er har ulike slew rates
- Opamp'er som har høy maksimal output-spenning vil typisk ha lav slew-rate
- Slew rate vil bestemme hva som er opamp'ens båndbredde, dvs. anvendelige frekvensområde



(a)



(b)

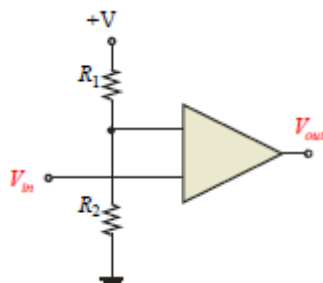


(c)

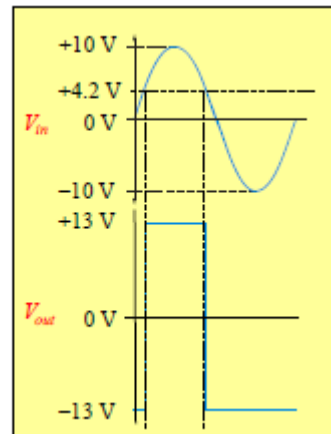
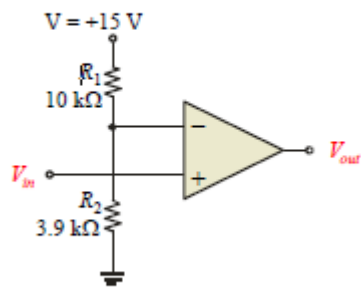
12) Opamp-kretser og oscillatorer og aktive filtre

- Komparator

- Komparatorer sammenligner to inputsignaler og har et outputsignal som stort sett er i metning (dvs. enten max eller min mulige spenning)
- Siden man ønsker max/min-type oppførsel bruker man ikke feedback
- Vanlige opamp'er kan brukes som komparator, men vanligere er det å bruke spesialiserte opamp'er som er raskere



- Eksempel på output fra komparator; maks output-spenning er 13 v, og referansespenningen er 4.2 v



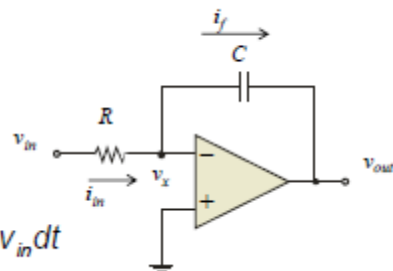
- Opamp-basert integrator

- En opamp-basert integrator produserer et output-signal som er den *integreerte* av et input-signal, dvs. den *akkumulerte* eller *summen* av input-signalet over tid

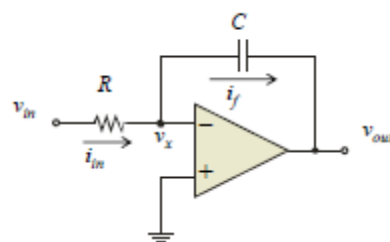
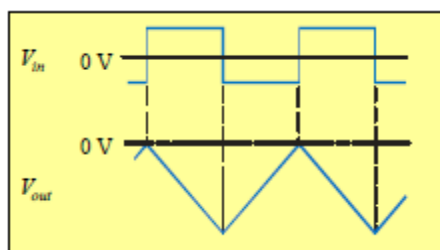
$$V_c = \frac{Q}{C} \wedge V_c = V_x - V_{out} = -V_{out}$$

$$-\frac{dv_{out}}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C} i_f$$

$$i_{in} = \frac{V_{in}}{R} \wedge i_f = -C \frac{dv_{out}}{dt} \Rightarrow v_{out} = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_{in} dt$$



- Siden integratoren er basert på en inverterende forsterker vil output være negativ (forutsatt at opamp'en har både positiv og negativ forsyningspenning)
- Hvis input er en firkantbølge sentrert rundt 0 v vil output være en negativ trekantbølge (forutsatt at man ikke går i metning)



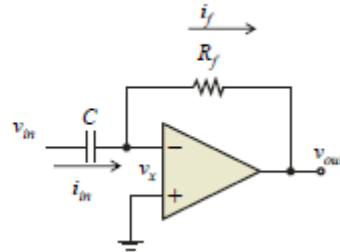
- Opamp-basert differensiator

- En opamp-basert differensiator produserer et output-signal som er proporsjonal med den deriverte av inputsignalet, dvs. at den beregner endringen i inputsignalet over tid

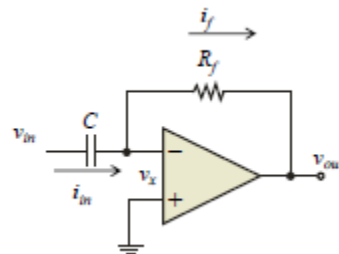
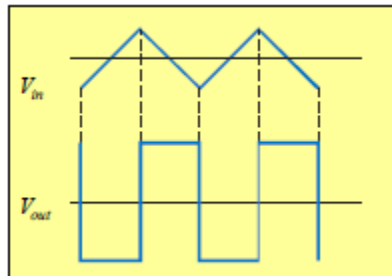
$$i_{in} = i_f \wedge i_{in} = -\frac{v_{out}}{R_f}$$

$$Q = C v_{in} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = i_{in} = C \frac{dv_{in}}{dt}$$

$$\Rightarrow v_{out} = -R_f C \frac{dv_{in}}{dt}$$



- Hvis input-signalet er et trekant-signal vil output være et firkantsignal som er negativt når inputsignalet stiger, og positivt når input signalet faller (pga. inverterende opampkonfigurasjon)

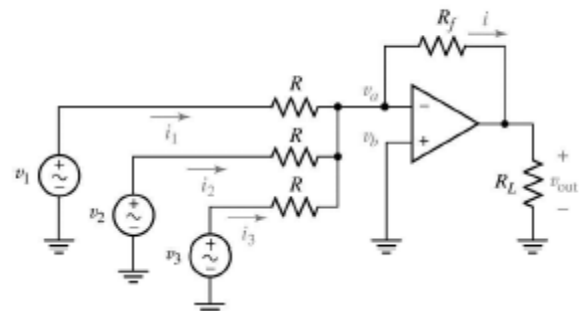


- Summasjonsforsterker

- En operasjonsforsterker kan brukes til å summere spenninger og eventuelt skalere input- og output-spenningen
- Output-spenningen er gitt av

$$\frac{v_a - v_{out}}{R_f} + \frac{v_a - v_1}{R} + \frac{v_a - v_2}{R} + \frac{v_a - v_3}{R} = 0 \Rightarrow$$

$$v_{out} = -\frac{R_f}{R}(v_1 + v_2 + v_3)$$

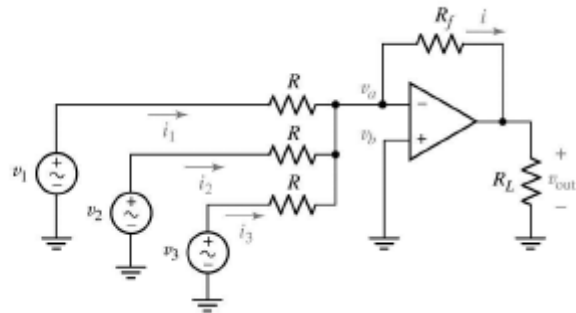


- Gjennomsnittsberegning

- Hvis man ønsker å beregne gjennomsnittsspenningen av inputsignalene, må man velge $R_f = \frac{R}{n}$

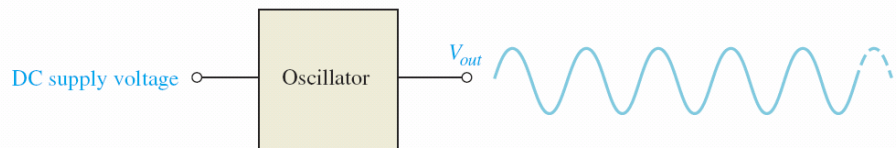
$$V_{out} = -\frac{R_f}{R}(V_1 + V_2 + V_3) \Rightarrow$$

$$V_{out} = -\frac{\frac{R}{n}}{R} = -\frac{1}{n}(V_1 + V_2 + V_3)$$



- Oscillatorer

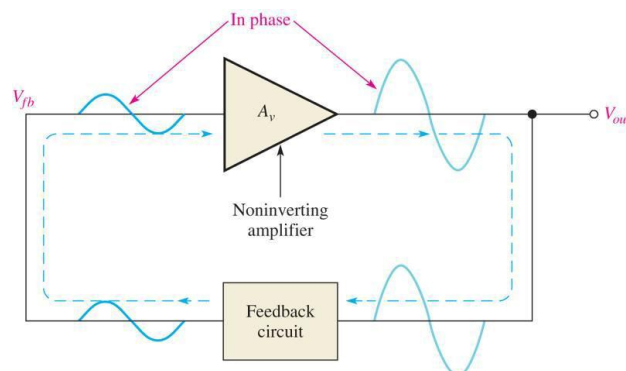
- Oscillatorer produserer et repeterende AC-signal basert på et likespennings input-signal



- Oscillatorer brukes i bla. mobiltelefoner, radioutstyr og PC'er
- Oscillatorer inneholder forsterkere (enten enkle transistorer eller opamp'er) og positiv tilbakekobling som gir både faseskift og dempning
- Oscillatorer må kunne gi en stabil og konfigurerbar utfrekvens

- Positiv feedback

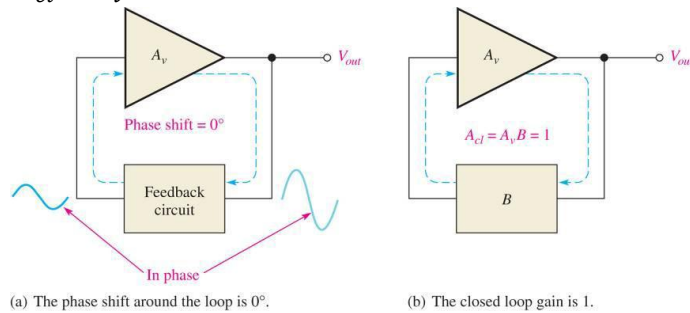
- Positiv feedback skjer når en del av outputsignalet føres tilbake som inputsignal uten faseskift



- To betingelser må være tilstede for oscillasjon:
 - Faseskiftet rundt feedback-løkken må være 0 grader
 - Spenningsforsterkningen A_{cl} rundt den lukkede feedback-løkken må være 1

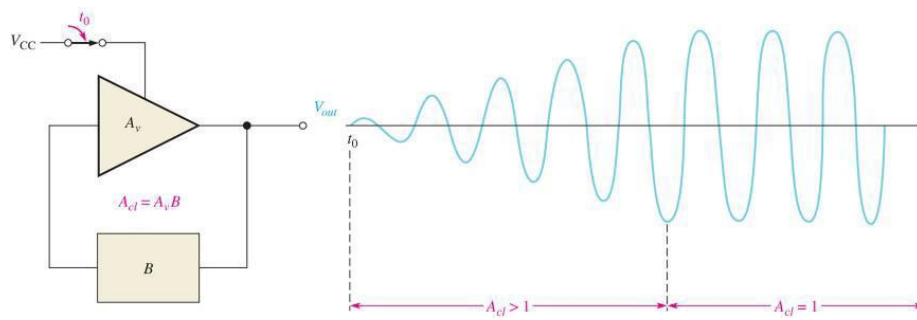
- Spenningsforsterkningen A_{cl} er gitt av:

$$A_{cl} = A_v B$$



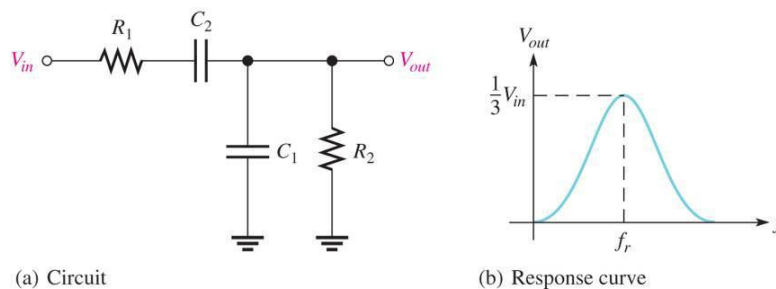
- Oppstart-betingelser

- Oscillatorer basert på en DC-forsyningsspenning trenger ikke et input-signal for å oscillere
- For å sette i gang oscillasjon må forsterkningen rundt den lukkede feedback-løkken være >1 inntil amplituden på utgangen har nådd det ønskede nivået



- Wien-bridge oscillator

- En Wien-bridge oscillator produserer sinussignaler over et bredt frekvensområde med lav forvrengning
- Oscillatoren består av en «lead-lag» tilbakekoblingskrets og en operasjonsforsterker
- En lead-lag krets fungerer som et *høypassfilter* etterfulgt av et *lavpassfilter*
- Resultatet er et *båndpassfilter* hvor max amplitude er $1/3$ av V_{in} for resonansfrekvensen f_r for $R_1 = R_2$ og $X_{C1} = X_{C2}$

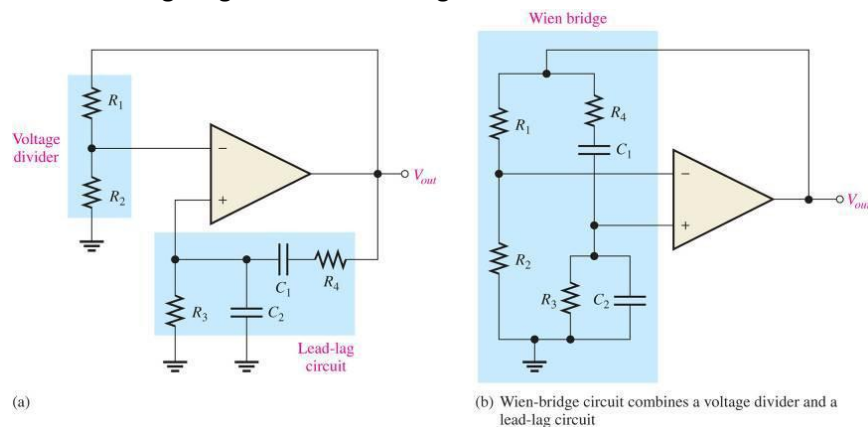


- Oscillasjonsfrekvensen f_r er gitt av

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

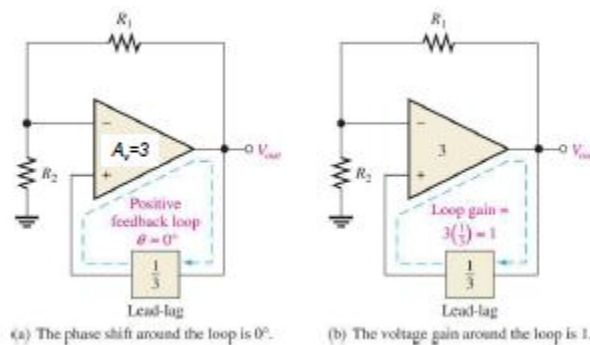
- Kun ved oscillasjonsfrekvensen er fasedreiningen mellom V_{in} og V_{out} 0°

- «Lead-lag»-kretsen brukes i den positive feedbacksløyfen, mens en spenningsdeler brukes for å gi negativ tilbakemelding

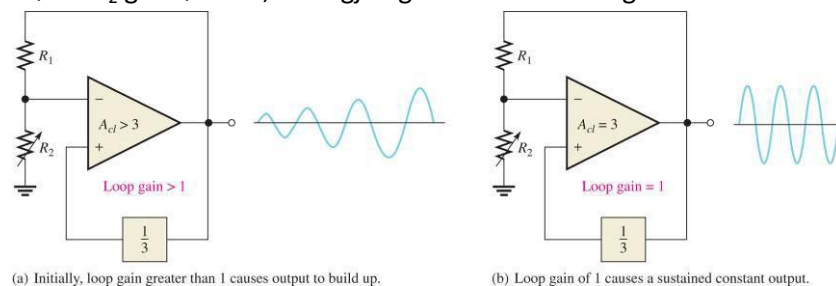


- Wien-bridge oscillatoren kan ses på som en ikke-inverterende forsterker hvor tilbakemeldingen kommer via lead-lag kretsen
- Siden lead-lag kretsen har et max gain på $B = 1/3$, må opamp'en gi en forsterkning på $A_v = 3$ for at $A_{cl} = A_v B = 1$

$$R_1 = 2R_2 \Rightarrow A_v = 3$$

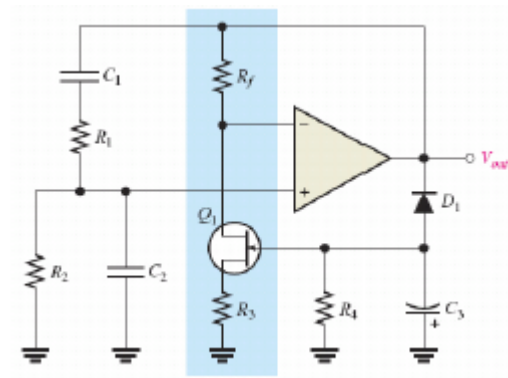


- For at oscillasjonen skal starte må $A_v > 3$ initielt
- Dette kan gjøres ved at R_2 -motstanden varierer med max amplitude på output. Større R_2 gir større V_{in} , som igjen gir mer forsterkning



- Den variable motstanden kan implementeres med en JFET, hvor gatespenningen reguleres av V_{out}
- Når amplituden på utgangen stiger vil JFET'en begynne å lede og forsterkningen vil synke
- Komponentverdiene må avpasses nøye slik at $A_{cl} = 1$

- Avvik i komponentverdiene kan føre til at enten oscillasjonene blir for store eller ingen oscillasjon

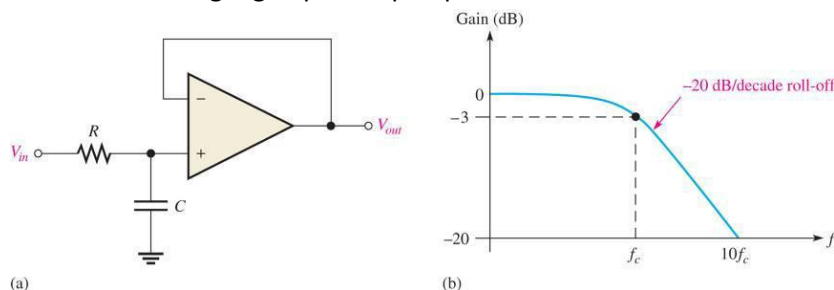


- Aktive filtre

- Et passivt filter består kun av passive komponenter, dvs. ohmske motstander, spoler og/eller kondensatorer
- Et passivt filter kan ha maksimalt gain $A=1$
- Den største ulempen med passive filtre er at de vil ha stor demping også i passområdet hvis man skal ha bratt «roll-off»
- Aktive filtre består av passive filtre pluss forsterkere (opamper)
- Forsterkerne gjør at man kan både få $A=1$ i passområdet, samt bratt roll-off
- Et filters orden (eller antall poler) sier noe hvor bratt roll-off er

- Aktivt 1. ordens lavpassfilter

- Et aktivt lavpassfilter kan lages ved å koble et passivt lavpass-filter til den ikke-inverterende inngangen på en opamp

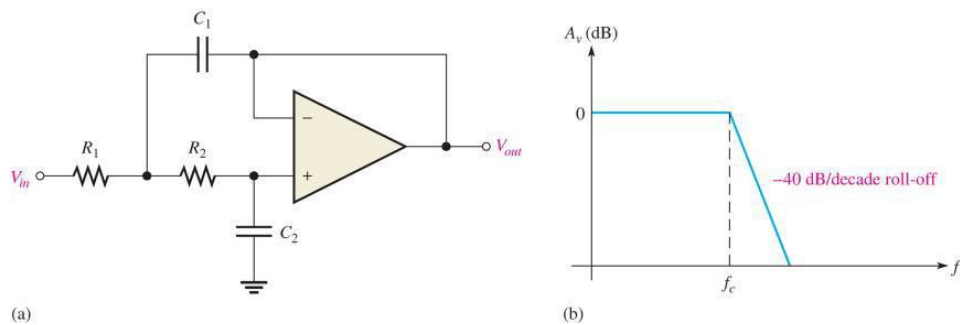


- Et 1.ordens lavpassfilter har en roll-off på -20 dB per dekad, dvs. at forsterkningen faller med en faktor 10 for $10 \cdot f_c$
- Forholdet mellom V_{out} og V_{in} er gitt av

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

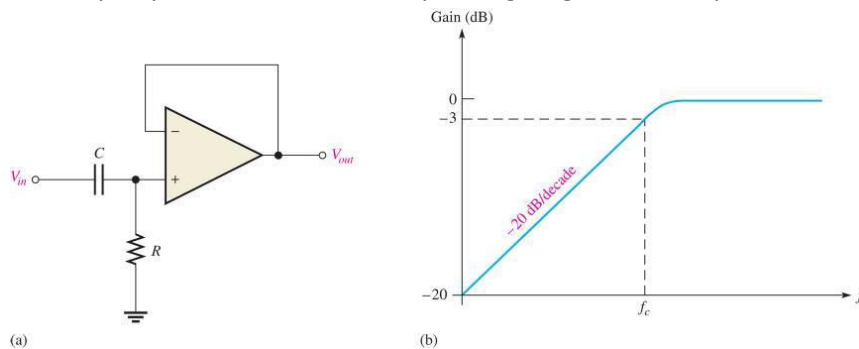
- Aktivt 2. ordens lavpassfilter

- Høyereordens filtre lages ved å koble sammen flere 1.ordens passive lavpassfiltre
- For hver orden øker roll-off med -20 dB, dvs. at en 2.ordens filter har roll-off på -40 dB/dekade



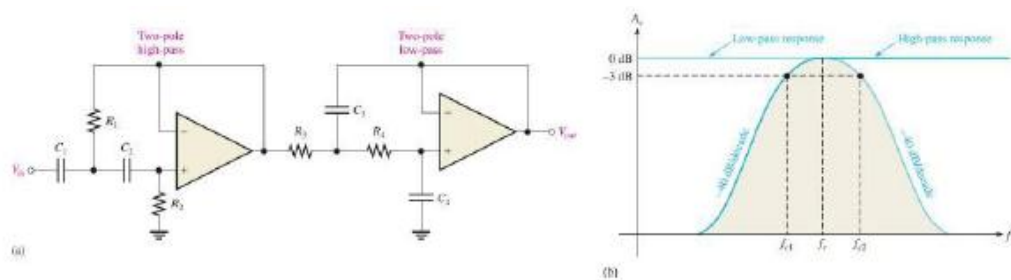
- Aktivt 1. ordens høypassfilter

- Et 1.ordens høypassfilter kan lages ved å koble et passivt høypass-filter til den ikke-inverterende inngangen på opampen
- Siden opampen er koblet som en spenningsfølger, vil $A=1$ i passområdet



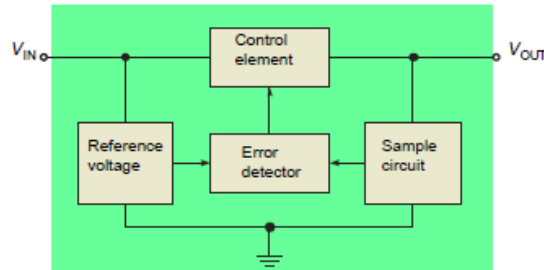
- Aktivt båndpassfilter

- Ved å kaskadekoble et høypass- og lavpassfilter, og avstemme knekkfrekvensene, kan man lage et aktivt båndpassfilter



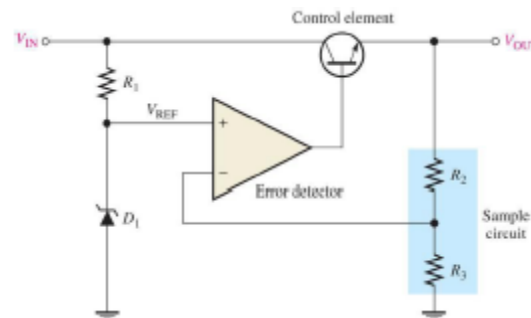
- Spenningsregulator

- En spenningsregulator brukes for å lage en presis og stabil spenning på bakgrunn av en ustabil/varierende innspenning («line»), eller for varierende laststrømmer («load»)
- Spenningsregulatorer brukes blant annet i powersupply og batteridreven elektronikk

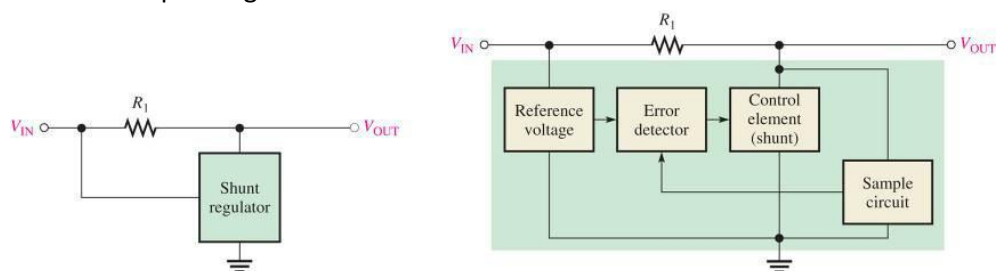


- Serieregulatoren bruker en komparator for å sammenligne output-spenningen med en referansespenning
- Serietransistoren dropper mer eller mindre spenning slik at outputspenningen holdes konstant
- Spenningen på den inverterende inngangen holdes lik V_{ref} pga. tilbakekoblingen

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) V_{ref}$$



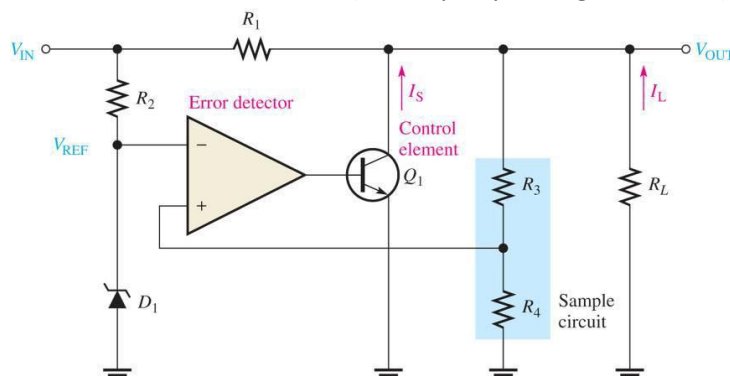
- Shuntregulatorer holder spenningsfallet over en lastmotstand konstant ved kontrollere spenningsfallet over en motstand som står i serie med lasten



(a) Schematic representation

(b) Block diagram

- Hensikten med shuntregulatoren er at spenningen skal være mest mulig stabil selv om lastmotstanden varierer (eller inputspenningen varierer)



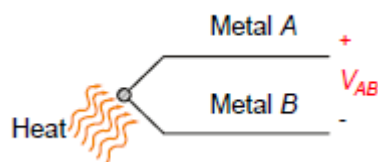
13) Sensorer og AD- og DA-konvertering

- Temperaturmåling

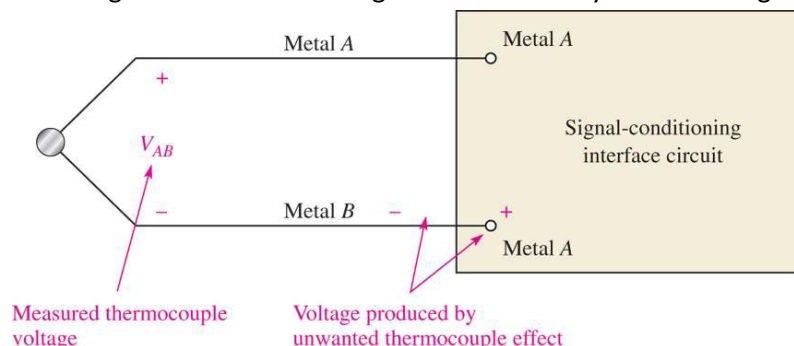
- Presis måling av temperaturer er avgjørende på en mengde ulike områder, bla i industrielle prosesser, helse, varme og energi etc.
- Tidligere tiders termokoblinger var basert på varmeutvidelseskoeffisienter til ulike materialer som kvikksølv og etanol, og avlesningen var stort sett med det blotte øye
- Dagens termokoblinger er transducere, dvs. at temperatur-avlesningen konverteres til en spenning eller strøm som er proporsjonal med temperaturen
- Det benyttes i dag hovedsaklig tre typer transducere:
 - Termokoblinger
 - Temperaturavhengig resistans
 - Termistorer
- Felles for dem alle er at de har begrensninger i temperatur-område, presisjon, linearitet og hastighet
- Begrensningene trekker som regel i motsatt retning, dvs. at om man velger høy presisjon har man lite temperaturområde
- Ikke-linearitet kan relativt enkelt kompenseres

- Termokoblinger

- Termokoblinger er en type temperatursensorer som baserer seg på Seebeck-spenningen
- Hvis to ulike metaller eller metall-legeringer forbindes, oppstår det et elektrisk felt i overgangen i størrelsesorden mV
- Størrelsen på feltet øker og er tilnærmet lineært proporsjonalt med temperaturen
- Termokoblinger kan måle fra -250 til 2000° C, men for en gitt metallkombinasjon er området mye mindre

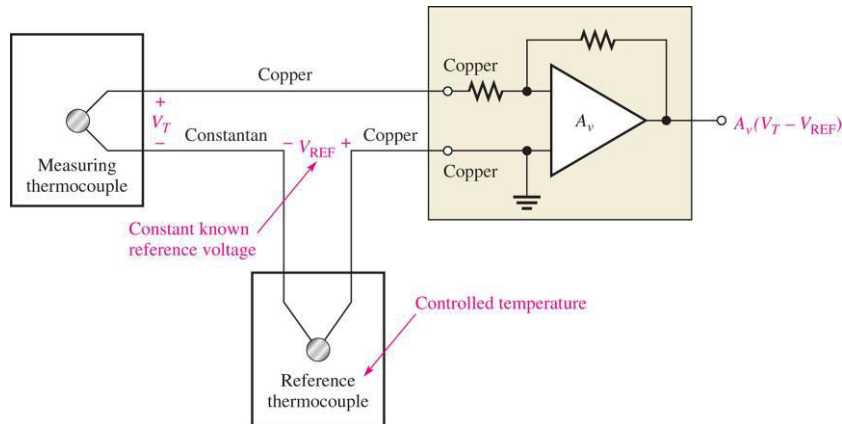


- Enhver metall-metall overgang vil produsere et elektrisk felt, og derfor vil også tilkoblingen til en termokobling introdusere en ny termokobling

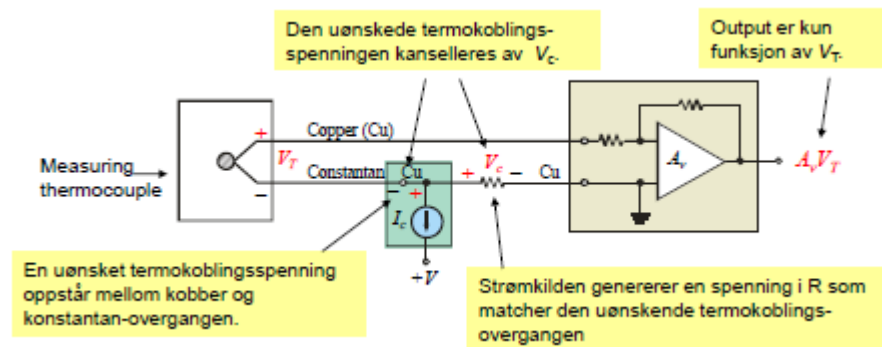


- Det er derfor viktig at man kompenserer for parasitt-spenningene som introduseres
- En teknikk går på å ha en referansetemperatur (f.eks, isvann med 0 grader) med en ekstra termokobling

- Referansen gjør at man introduserer en ny termokobling men med kjent temperatur og kjent Seebeck-spenning, og denne kan da trekkes fra den målte spenningen i den ønskede måleproben

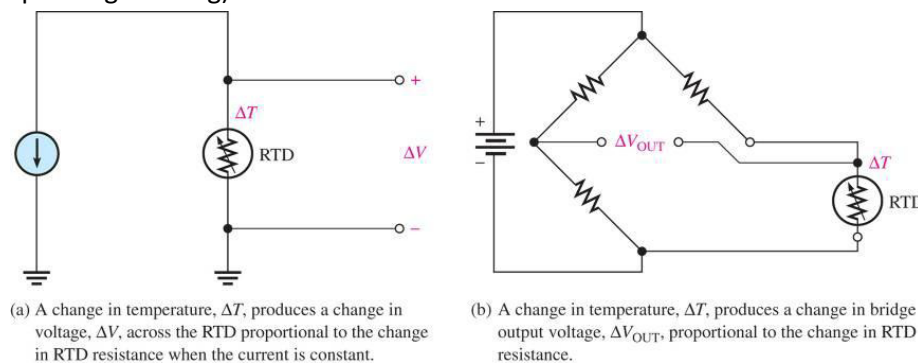


- Som regel er det ikke praktisk å ha en ismaskin for å lage en referansetemperatur
- Mer vanlig er å bruke en temperaturavhengig strømkilde for å kompensere for den ekstra Seebeck-spenningen

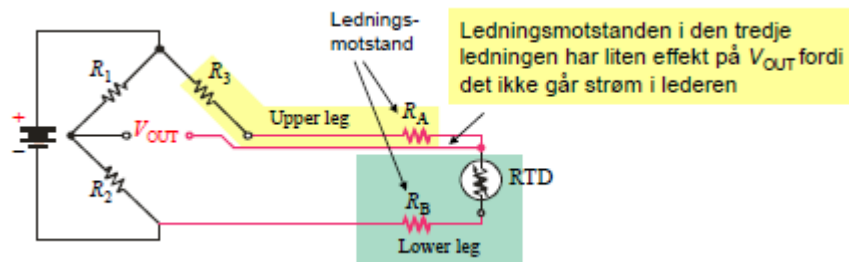


- Resistansedetektorer

- En annen utbredt temperaturmåler er utnyttning av temperatur-avhengig resistans (RTD)
- RTD'er har også problem med parasitteffekter, fordi tilkoblingslederne også tilfører temperaturavhengig resistans
- Temperaturen måles enten ved å måle spenningsfallet over en motstand med konstant strøm, eller endringen i resistans i en brokobling (som måles som en spenningsendring)

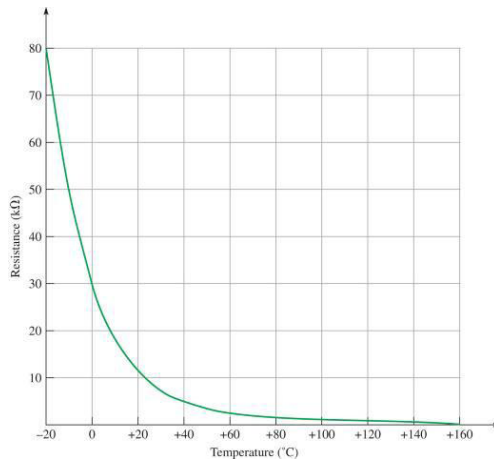


- En brokobling med tre ledere istedenfor to eliminerer problemet med at lederne også har resistans



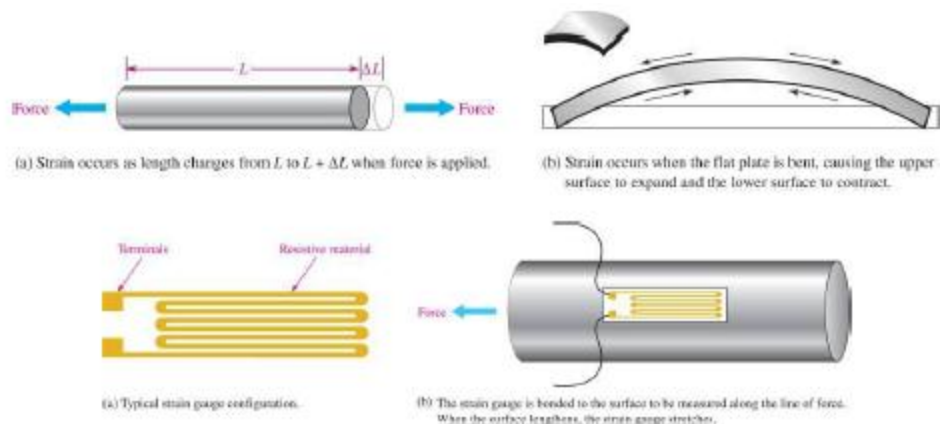
- Termistorer

- En tredje type temperaturmåler er termistorer som er en type halvleder hvor resistansen synker med økende temperatur
- Termistorer har en logaritmisk (ikke lineær) karakteristikk
- Termistorer har smal bånd-bredde, men er raske, presise og billige
- Brukes bla. integrert på CPU'er for å styre viftehastighet
- Termistorer kan også brukes i brokoblinger

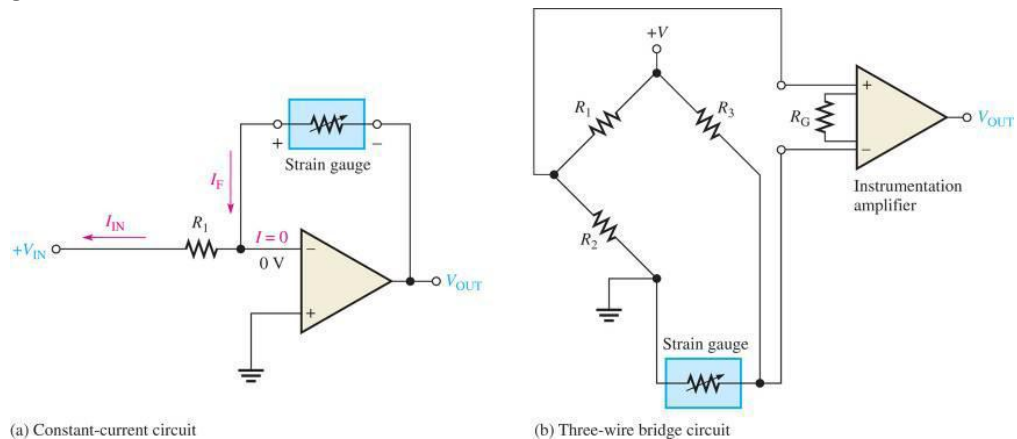


- Måling av strekk, trykk og væskestrøm

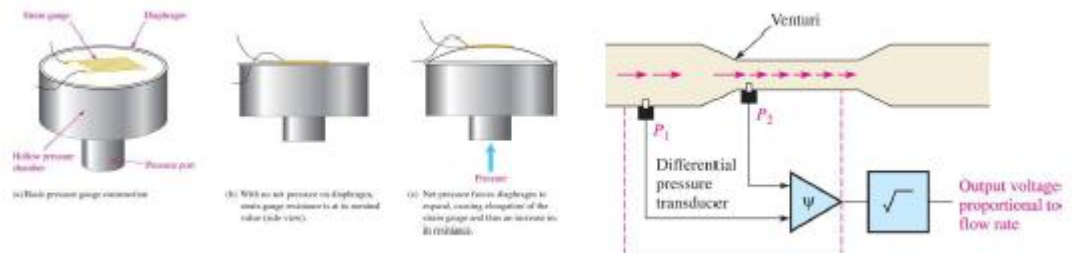
- Strekk eller bøyning kan måles med en mostandstråd som ender motstand ved strekk eller sammentrykning



- Samme oppsett som for temperaturmåling brukes for trykk og strekkmåling
- Trykk og strekk er enklere å måle fordi det ikke er nødvendig å kompensere i like stor grad

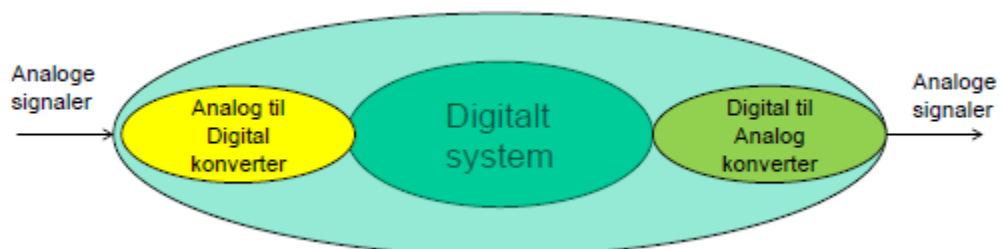


- Trykk kan måles ved å feste en strekksensor på en fleksibel membran
- Væskestrøm kan måles ved å beregne trykkforskjellen mellom to punkter med ulik diameter



- AD og DA-konvertering

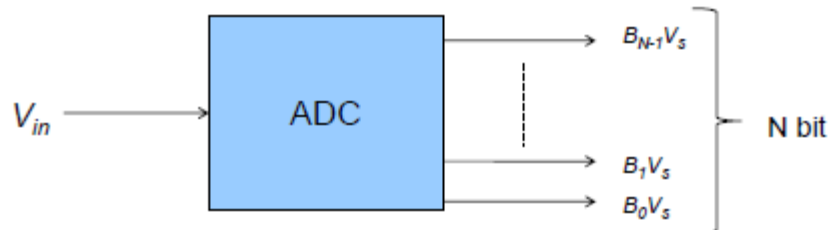
- Verden er stort sett analog, dvs. alt er kontinuerlige verdier
- Kjernen i beregningssystemer er som regel digital



- For å kunne kommunisere med omverdenen trengs derfor kretser for å;
 - Konvertere fra analoge signaler til digitale signaler (kalt A/D-konvertere eller ADC)
 - Konvertere digitale signaler til analoge signaler (kalt D/A-konvertere eller DAC)
- Det finnes en rekke ulike algoritmer for kretser for ADC og DAC, avhengig av krav til hastighet, nøyaktighet, effektforbruk, pris etc.
- Kravet til oppløsning er som regel gitt av det digitale systemet (hvor mange bit det arbeider med)

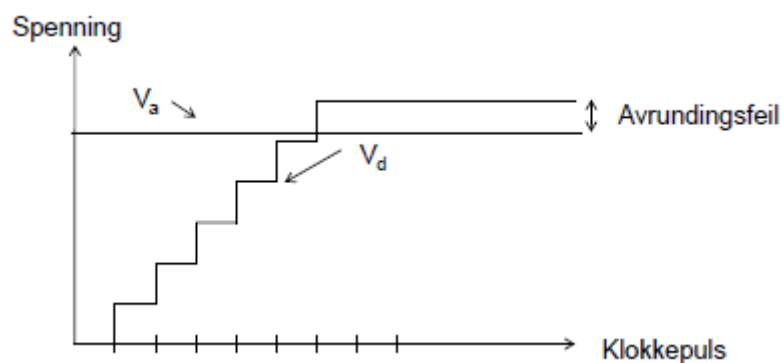
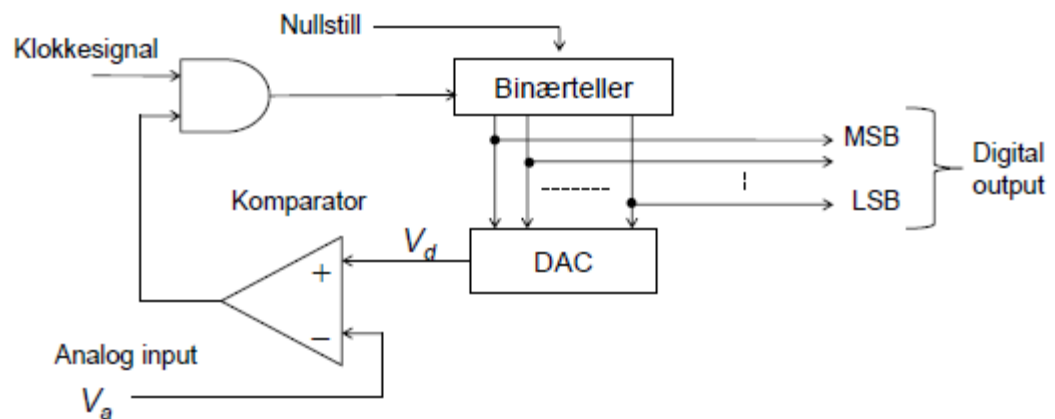
- Analog-til-digital konvertering (ADC)

- En PC har flere enheter knyttet til seg som kan ses på som AD-konvertere:
 - Tastatur
 - Mus
 - Mikrofon
- Alle har til oppgave å omforme ytre analoge signaler til digital representasjon som benyttes til videre beregninger
- Det aller vanligste er en ADC som konverterer en analog spenning til et bitmønster, dvs. én signallinje inn (analog) og N signallinjer ut (en linje for hvert bit)



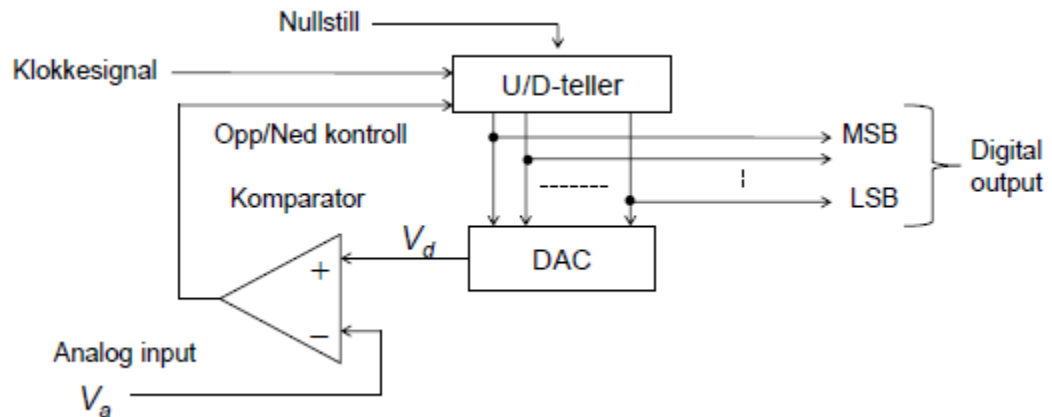
- V_s er den spenningen som brukes for å angi logisk '1', mens B_i enten er '0' eller '1', så $V_s B_i$ er derfor enten 0 volt eller V_s volt

- ADC med teller

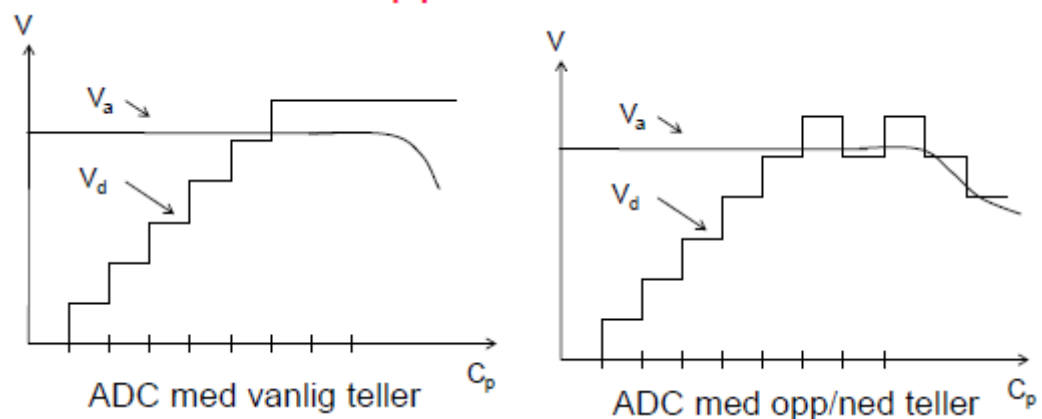


- Så lenge V_a er mindre enn V_d , vil telleren fortsette å telle
- Avrundingsfeilen skyldes at den digitale telleren har endelig oppløsning
- Avrundingsfeilen kan gjøres vilkårlig liten ved å øke antall bit i telleren og det digitale signalet
- Jo flere bit, desto langsommere blir ADC'en

- For å konvertere V_a , trengs V_d/V_a antall klokkesykler
- Største ulempen med denne ADC'en er at den ikke klarer å følge det analoge signalet hvis det varierer over tid, med mindre man nullstiller telleren og starter på nytt
- Hvis man erstatter den binære telleren med en opp-ned teller kan man følge tidsvarierende signaler bedre



- ADC med opp/ned teller



- I motsetning til ADC med vanlig teller, vil det minst signifikante bitet endre verdi rundt V_a selv når V_a ikke endrer seg

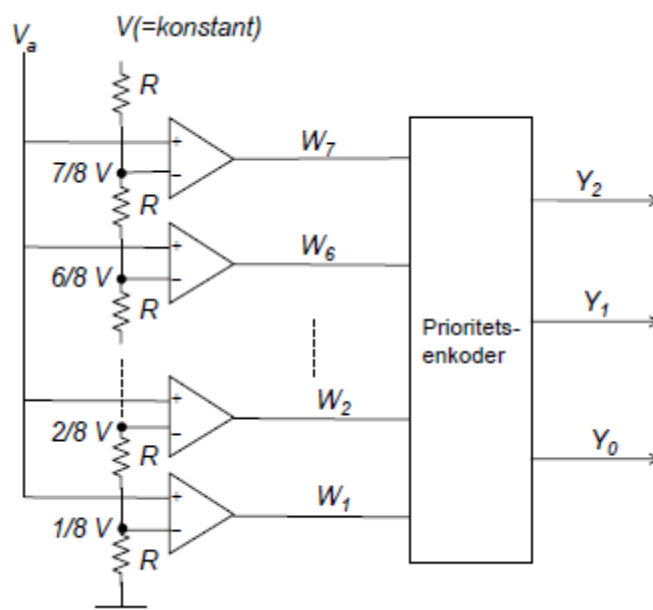
- ADC med suksessiv tilnærming

- Største ulempen med tellende ADC'er er at de trenger i verste fall 2^N intervaller for å telle seg opp til riktig spenning
- Istedenfor en teller kan man bruke en programmerbar enhet som gjør et binærssøk etter riktig verdi, og den trenger maks N intervaller for å finne spenningen
- Enheten starter med å sette '1' i MSB og de andre bit'ene til '0'.
 - Hvis V_d fortsatt er lavere enn V_a , settes det nest mest signifikante bit'et til 1.
 - Hvis V_d er høyere enn V_a , settes det mest signifikante bitet til 0 og de resterende til 1
- Prosessen over gjentas helt til det er det minst signifikante bitet som må endres.

- ADC med parallell komparator

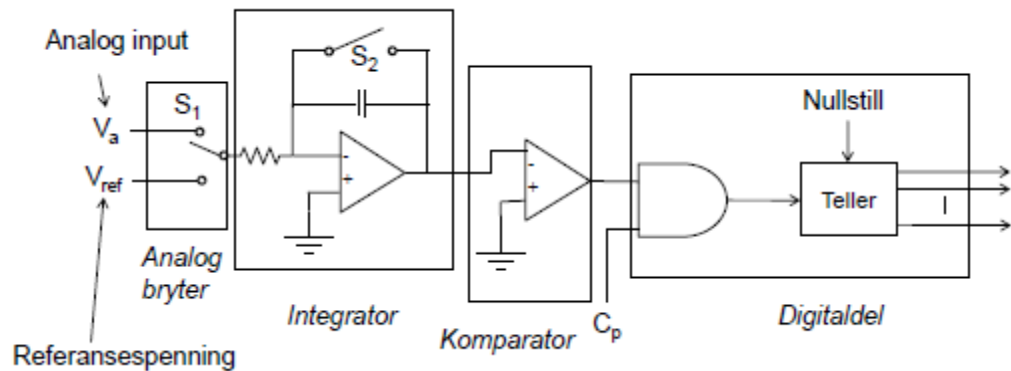
- Det tre foregående ADC'ene er langsomme (i varierende grad) siden de baserer seg på suksessive tilnærming
- En raskere måte er å gjøre sammenligning i parallell, uten bruk av klokkesignaler
- Hastigheten til en ADC med parallellkomparator er begrenset av tidsforsinkelsen gjennom opamp'er og digital logikk alene
- Ulempen er at det kreves ekstra hardware:
 - N-1 komparator for N bit
 - N motstander for N bit
- Hvis hastighet er det viktigste vil man velge denne typen ADC
- Ingen problemer med tidsvarierende input-spenninger
- For å forstå denne typen ADC, trenger man å skjønne hva en prioritetsenkoder gjør
- En prioritetsenkoder er en ren digital krets som har M input-linjer og N outputlinjer, og hvor $2^N \geq M$
- Verdien på de N output-linjene angir det mest signifikante bitet i M som har en '1'

W_7	W_6	W_5	W_4	W_3	W_2	W_1	W_0	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

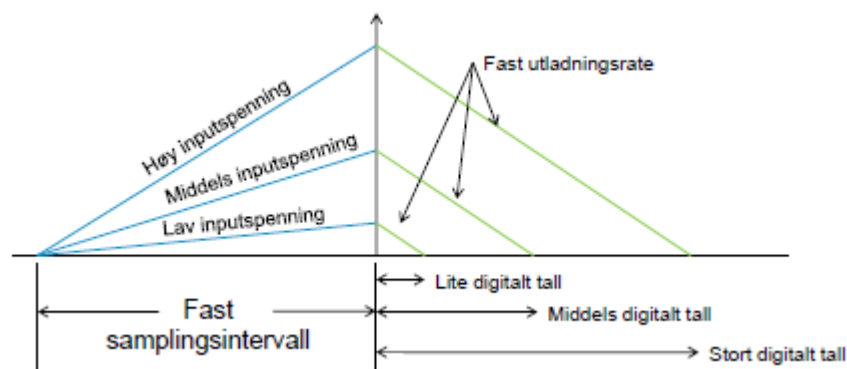


- Dual-slope ADC

- Dette er en mye brukt ADC som er basert på integrasjon
- Kretsen bruker få komponenter og kan lages med så høy oppløsning som ønskelig
- Området det skal måles i kan også settes ved en referanse-spenning V_{ref} , og man får samme oppløsning uavhengig av hva V_{ref} er.
- En av fordelene ved kretsen er at den kan gjøres immun mot støy i input-signalet, f.eks. fra lysnettet (50 Hz)



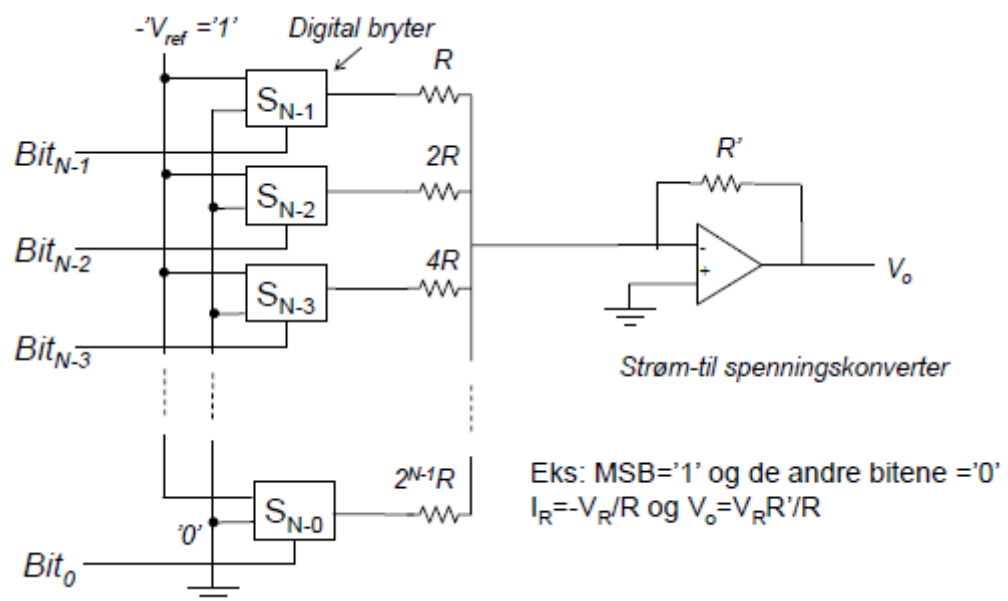
- Telleren nullstilles og kondensatoren lades først ut (S_1 er åpen og S_2 lukkes)
- Kondensatoren i integratoren lades opp over et fast tids-intervall (kalt samplingsintervallet) av input-spenningen ved at S_1 kobles til V_a og S_2 åpnes. Telleren teller ikke
- Jo høyere input-spenning, desto høyere spenning lades kondensatoren opp til i løpet av samplingsintervallet
- Ved enden av samplingsintervallet kobles så S_1 til V_{ref} og kondensatoren lades ut, samtidig som telleren starter
- Når spenningen har ladet seg ut til V_{ref} , stopper telleren, og man har da et mål for V_a relativt til V_{ref}



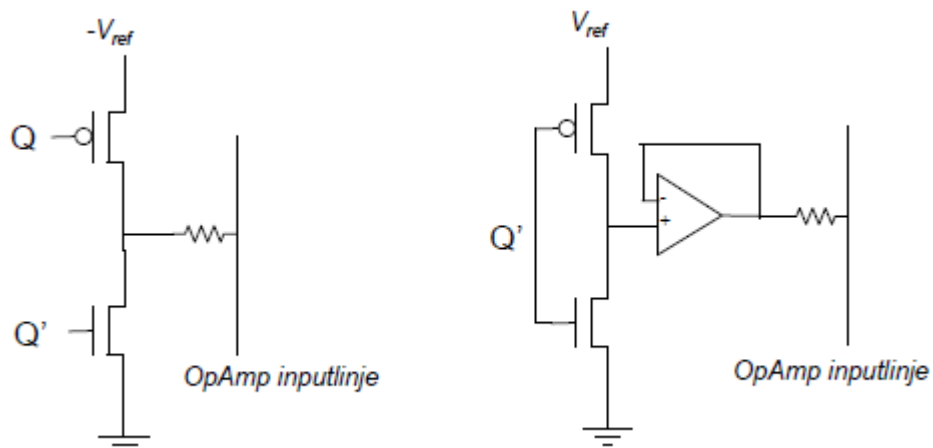
- Digital-til-analog konvertere (DAC)

- Ofte trenger man en analog representasjon av digitale verdier, f.eks. høyttalere som er koblet til en PC eller en MP3-spiller
- ADC'er er ofte enklere å lage, og har heller ikke de samme utfordringene med oppløsning og hastighet
- ADC'er er nesten utelukkende basert på opamp'er og motstandsnettverk, eventuelt transistorer
- Sammenhengen mellom den digitale og analoge representasjonen er gitt av $V_0 = (2^{N-1}a_{N-1} + 2^{N-2}a_{N-2} + \dots + 2^2a_2 + 2^1a_1 + a_0)V$ der V_0 er den analoge verdien, V er en proporsjonalitetsfaktor og a_n bit nummer n i det digitale tallet som skal konverteres

- DAC med binærvektet motstandsnettverk



- Implementasjon av digitale brytere



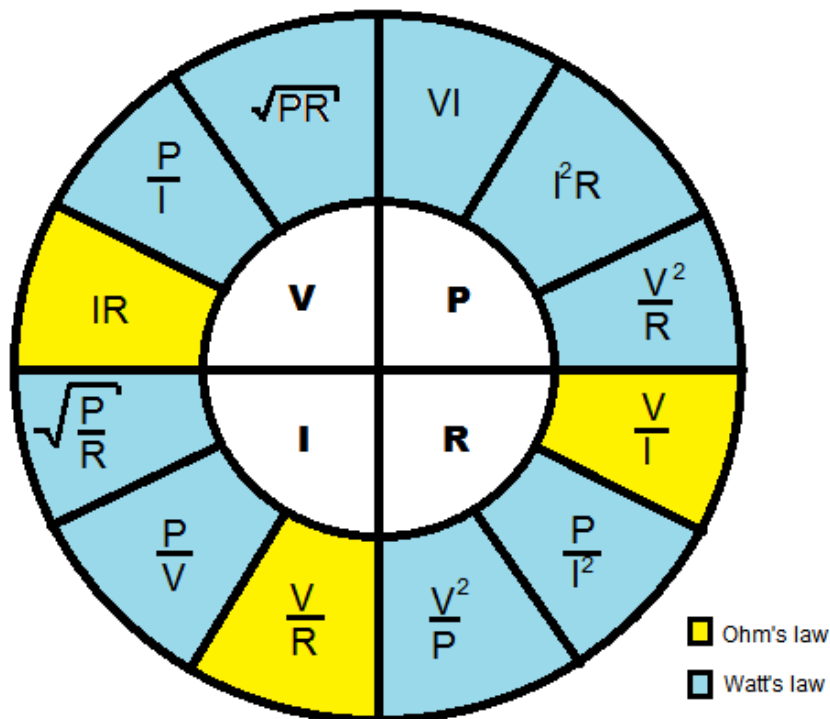
LÆREBOK

PART I – DC Circuits

2. Voltage, Current and Resistance (2.1-2.6)

$Q = \frac{\text{number of electrons}}{6.25 \cdot 10^{18} \text{ electrons/C}}$	Charge
$V = \frac{W}{Q}$	Voltage (volt)
$I = \frac{Q}{t}$	Current (ampere)
$G = \frac{1}{R}$	Conductance (siemens)

3. Ohm's Law, Energy and Power (3.2-3.7)



4. Serial Circuits (4.1-4.9)

$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_n$	Resistors in series
$V_S = V_1 + V_2 + \dots + V_n$	Kirchhoff's voltage law in series circuit
$V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$	Kirchhoff's voltage law
$V_X = \left(\frac{R_X}{R_T}\right) V_S$	Voltage-divider formula
$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_n$	Total power

5. Parallel Circuits (5.1-5.7)

$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$	Total parallel resistance
$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	Special case for two resistors in parallel
$R_T = \frac{R}{n}$	Special case for n equal-value resistors in parallel
$I_{IN(1)} + I_{IN(2)} + \dots + I_{IN(n)} = I_{OUT(1)} + I_{OUT(2)} + \dots + I_{OUT(n)}$	Kirchhoff's current law
$I_X = \left(\frac{R_T}{R_X}\right) I_T$	General current-divider formula
$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) I_T$	Two-branch current-divider formula
$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) I_T$	Two-branch current-divider formula
$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_n$	Total power

6. Series-Parallel Circuits (6.1-6.5)

$I_{BLEEDER} = I_T - I_{RL1} - I_{RL2}$	Bleeder current
$R_x = R_v \left(\frac{R_2}{R_4}\right)$	Unknown resistance in a Wheatstone bridge

PART II – AC Circuits

8. Introduction to Alternating Current and Voltage (8.1-8.5, 8.8)

$f = \frac{1}{T}$	Frequency
$T = \frac{1}{f}$	Period
$V_{pp} = 2V_p$	Peak-to-peak voltage (sine wave)
$I_{pp} = 2I_p$	Peak-to-peak current (sine wave)
$V_{rms} = 0.707 V_p$	Root-mean-square voltage (sine wave)
$I_{rms} = 0.707 I_p$	Root-mean-square current (sine wave)
$V_p = 1.414 V_{rms}$	Peak voltage (sine wave)
$I_p = 1.414 I_{rms}$	Peak current (sine wave)
$V_{pp} = 2.828 V_{rms}$	Peak-to-peak voltage (sine wave)
$I_{pp} = 2.828 I_{rms}$	Peak-to-peak current (sine wave)
$V_{avg} = 0.637 V_p$	Half-cycle average voltage (sine wave)
$I_{avg} = 0.637 I_p$	Half-cycle average current (sine wave)
$rad = \left(\frac{\pi \cdot rad}{180^\circ}\right) \cdot degrees$	Degrees to radian conversion
$degrees = \left(\frac{180^\circ}{\pi \cdot rad}\right) \cdot rad$	Radian to degrees conversion
$y = A \sin \theta$	General formula for sine wave
$v = V_p \sin \theta$	Sinusoidal voltage
$i = I_p \sin \theta$	Sinusoidal current

$y = A \sin(\theta - \phi)$	Lagging sine wave
$y = A \sin(\theta + \phi)$	Leading sine wave
$f = \frac{Ns}{120}$	Output frequency of an alternator
$\text{Percent duty cycle} = \left(\frac{t_w}{T}\right) 100\%$	Duty cycle
$V_{avg} = \text{baseline} + (\text{duty cycle})(\text{amplitude})$	Average voltage of pulse waveform

9. Capacitors (9.1-9.7)

$C = \frac{Q}{V}$	Capacitance in terms of charge and voltage
$W = \frac{1}{2} CV^2$	Energy stored by a capacitor
$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$	Dielectric constant (relative permittivity)
$C = \frac{A\epsilon_r(8.85 \cdot 10^{-12} \text{F/m})}{d}$	Capacitance in terms of physical parameters
$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	Total series capacitance (two capacitors)
$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$	Total series capacitance
$V_x = \left(\frac{C_T}{C_x}\right) V_s$	Voltage across series capacitor
$C_T = C_1 + C_2 + \dots + C_n$	n capacitors in parallel
$\tau = RC$	RC time constant
$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$	Exponential voltage (general)
$i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$	Exponential current (general)
$v = V_F \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$	Increasing exponential voltage beginning at zero
$v = V_i e^{-\frac{t}{RC}}$	Decreasing exponential voltage ending at zero
$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$	Capacitive reactance
$X_{C(\text{tot})} = X_{C1} + X_{C2} + \dots + X_{Cn}$	Capacitive reactance for series capacitors
$X_{C(\text{tot})} = \frac{1}{\frac{1}{X_{C1}} + \frac{1}{X_{C2}} + \dots + \frac{1}{X_{Cn}}}$	Capacitive reactance for parallel capacitors
$I = \frac{V}{X_C}$	Ohm's law for capacitor
$V_x = \left(\frac{X_{Cx}}{X_{C(\text{tot})}}\right) V_s$	Capacitive voltage divider
$P_r = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_{rms}^2}{X_C} = I_{rms}^2 X_C$	Reactive power in a capacitor

10. RC Circuits (10.1-10.5, 10.8)

$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	Series RC impedance
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$	Series RC phase angle
$V = IZ$	Ohm's law
$V_s = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$	Total voltage in series RC circuit
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$	Series RC phase angle
$\phi = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$	Phase angle of lag circuit
$V_{out} = \left(\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$	Output voltage of lag circuit
$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$	Phase angle of lead circuit
$V_{out} = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$	Output voltage of lead circuit
$Z = \frac{RX_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$	Parallel RC impedance
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_C}\right)$	Parallel RC phase angle
$G = \frac{1}{R}$	Conductance
$B_C = \frac{1}{X_C}$	Capacitive susceptance
$Y = \frac{1}{Z}$	Admittance
$Y_{tot} = \sqrt{G^2 + B_C^2}$	Total admittance
$I = VY$	Ohm's law
$I_{tot} = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$	Total current in parallel RC circuit
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{I_C}{I_R}\right)$	Parallel RC phase angle
$R_{eq} = Z \cos \theta$	Equivalent series resistance
$X_{C(eq)} = Z \sin \theta$	Equivalent series reactance
$\theta = \left(\frac{\Delta t}{T}\right) 360^\circ$	Phase angle using time measurement
$P_{true} = I_{tot}^2 R$	True power (W)
$P_r = I_{tot}^2 X_C$	Reactive power (VAR)
$P_a = I_{tot}^2 Z$	Apparent power (VA)
$P_{true} = V_s I_{tot} \cos \theta$	True power
$PF = \cos \theta$	Power factor
$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$	Cutoff frequency of an RC circuit

11. Inductors, spoler (11.1-11.6)

$W = \frac{1}{2}LI^2$	Energy stored by an inductor
$L = \frac{N^2\mu A}{l}$	Inductance in terms of physical parameters
$L_T = L_1 + L_2 + \dots + L_n$	Series inductance
$L_T = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}}$	Total parallel inductance
$\tau = \frac{L}{R}$	RL time constant
$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{Rt}{L}}$	Exponential voltage (general)
$i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{Rt}{L}}$	Exponential current (general)
$i = I_F \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$	Increasing exponential current beginning at zero
$i = I_i e^{-\frac{Rt}{L}}$	Decreasing exponential current ending at zero
$X_L = 2\pi fL$	Inductive reactance
$X_{L(tot)} = X_{L1} + X_{L2} + \dots + X_{Ln}$	Series inductive reactance
$X_{L(tot)} = \frac{1}{\frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \dots + \frac{1}{X_{Ln}}}$	Parallel inductive reactance
$I = \frac{V}{X_L}$	Ohm's law
$P_{true} = I_{rms}^2 R_W$	True power
$P_r = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_{rms}^2}{X_L} = I_{rms}^2 X_L$	Reactive power
$Q = \frac{X_L}{R_W}$	Quality factor

12. RL Circuits (12.1-12.6, 12.8)

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	Series RL impedance
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$	Series RL phase angle
$V_s = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$	Total voltage in series RL circuit
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_L}{V_R}\right)$	Series RL phase angle
$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$	Phase angle of an RL lag circuit
$V_{out} = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}\right) V_{in}$	Output voltage of lag circuit
$\phi = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$	Phase angle of RL lead circuit
$V_{out} = \left(\frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}\right) V_{in}$	Output voltage of an RL lead circuit
$Z = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$	Parallel RL impedance
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_L}\right)$	Parallel RL phase angle
$G = \frac{1}{R}$	Conductance
$B_L = \frac{1}{X_L}$	Inductive susceptance
$Y = \frac{1}{Z}$	Admittance
$Y_{tot} = \sqrt{G^2 + B_L^2}$	Total admittance
$I_{tot} = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$	Total current in parallel RL circuit
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{I_L}{I_R}\right)$	Parallel RL phase angle
$P_r = I^2 X_L$	Reactive power
$f_c = \frac{R}{2\pi L}$	Cutoff frequency of RL circuit

15. Time Response of Reactive Circuits (15.1-15.5, 15.8)

- Key terms:
 - Differentiator:
 - A circuit producing an output that approaches the mathematical derivative of the input
 - Integrator:
 - A circuit producing an output that approaches the mathematical integral of the input
 - Steady state:
 - The equilibrium condition of a circuit that occurs after an initial transient time
 - Transient time:
 - An interval equal to approximately five time constants

PART III – Devices

16. Diodes and Applications (16.1-16.6)

$V_{AVG} = \frac{V_{p(out)}}{\pi}$	Rectified half-wave average value
$V_{p(out)} = V_{p(in)} - 0.7 V$	Peak half-wave rectifier output voltage
$V_{AVG} = \frac{2V_{p(out)}}{\pi}$	Full-wave average value
$V_{p(out)} = \frac{nV_{p(in)}}{2}$	Peak full-wave rectifier output
$PIV = 2V_{p(out)}$	Diode peak inverse voltage, centertapped rectifier
$V_{p(out)} = V_{p(sec)}$	Bridge full-wave output (without diode drops)
$PIV = V_{p(out)}$	Diode peak inverse voltage, bridge rectifier
$PIV = 2V_{p(in)}$	PIV, half-wave rectifier with capacitor-input filter
$r = \left(\frac{V_r}{V_{DC}} \right) 100\%$	Ripple factor
$Line\ regulation = \left(\frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}} \right) 100\%$	Line regulation
$Load\ regulation = \left(\frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \right) 100\%$	Load regulation
$Z_Z = \frac{\Delta V_Z}{\Delta I_Z}$	Zener impedance
$C = \frac{A\epsilon}{d}$	Capacitance formula

17. Transistors and Applications (17.1-17.4)

$I_E = I_C + I_B$	Bipolar transistor currents
$I_C = \alpha_{DC} I_E$	Relationship of collector and emitter currents
$I_C = \beta_{DC} I_B$	Relationship of collector and base currents
$V_C = V_{CC} - I_C R_C$	Collector voltage
$V_B = V_E + V_{BE}$	Base voltage
$R_{IN} \cong \beta_{DC} R_E$	Input resistance at base
$V_B \cong \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{CC}$	Approximate base voltage
$V_E = V_B - 0.7 \text{ V}$	Emitter voltage
$\beta_{ac} = \frac{I_C}{I_b}$	Ac beta
$A_v \cong \frac{R_C}{R_E}$	Voltage gain, class A CE amplifier
$A_v = \frac{R_C}{r_e + R_E}$	CE voltage gain (unbypassed)
$A_v = \frac{R_C}{r_e}$	CE voltage gain (bypassed)
$r_e \cong \frac{25 \text{ mV}}{I_E}$	Internal emitter resistance
$R_{in} \cong \beta_{ac} r_e$	CE input resistance (unbypassed)
$R_{in(tot)} = R_1 R_2 R_{in}$	CE total input resistance
$A_i = \frac{I_C}{I_s}$	CE current gain
$A_p = A_v A_i$	CE power gain
$A_v = \frac{R_E}{r_e + R_E}$	CC voltage gain
$R_{in} \cong \beta_{ac} R_E$	CC input resistance
$R_{in(tot)} = R_1 R_2 R_{in}$	CC total input resistance
$A_i = \frac{I_e}{I_s}$	CC current gain
$A_p \cong A_i$	CC power gain
$I_{C(sat)} = \frac{V_{CEQ}}{R_L}$	Class B ac saturation current
$P_{out(max)} = 0.25 V_{CC} I_{C(sat)}$	Class B output power (max)
$P_{DC} = \frac{V_{CC} I_{C(sat)}}{\pi}$	Class B input power
$eff_{max} = 0.785$	Class B ideal maximum efficiency
$V_{CE(cutoff)} \cong V_{CC}$	V_{CE} at cutoff
$I_{C(sat)} \cong \frac{V_{CC}}{R_C}$	Collector saturation current
$I_{B(min)} = \frac{I_{C(sat)}}{\beta_{DC}}$	Minimum base current for saturation
$V_{GS} = -I_D R_S$	Self-bias voltage for <i>n</i> -channel JFET
$V_{GS} = +I_D R_S$	Self-bias voltage for <i>p</i> -channel JFET
$V_D = V_{DD} - I_D R_D$	Drain voltage
$V_{DS} = V_{DD} - I_D (R_D + R_S)$	Drain-to-source voltage
$V_{DS} = V_{DD} - I_{DSS} R_D$	Drain-to-source voltage D-MOSFET
$V_{GS} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{DD}$	Gate-to-source voltage E-MOSFET

$V_{DS} = V_{DD} - I_D R_D$	Drain-to-source voltage E-MOSFET
$g_m = \frac{I_d}{V_{gs}}$	FET transconductance
$A_v = g_m R_D$	CS voltage gain
$A_v = \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S}$	CD voltage gain
$A_{cl} = A_v B$	Closed loop gain for an oscillator
$f_r \cong \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_T}}$	Colpitts frequency of oscillation
$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	Colpitts total feedback capacitance
$f_r \cong \frac{1}{2\pi\sqrt{L_T C_5}}$	Hartley frequency of oscillation

18. The Operational Amplifier (18.1-19.6)

$CMRR = \frac{A_{v(d)}}{A_{cm}}$	Common-mode rejection ratio (diff-amp)
$CMRR = 20 \log \left(\frac{A_{v(d)}}{A_{cm}} \right)$	Common-mode rejection ratio (dB)
$I_{BIAS} = \frac{I_1 + I_2}{2}$	Input bias current
$I_{OS} = I_1 - I_2 $	Input offset current
$V_{OS} = I_{OS} R_{in}$	Offset voltage
$V_{OUT(error)} = A_v I_{OS} R_{in}$	Output error voltage
$CMRR = \frac{A_{ol}}{A_{cm}}$	Common-mode rejection ratio (op-amp)
$CMRR = 20 \log \left(\frac{A_{ol}}{A_{cm}} \right)$	Common-mode rejection ratio (dB)
$Slew\ rate = \frac{\Delta V_{out}}{\Delta t}$	Slew rate
$A_{cl(NI)} = 1 + \frac{R_f}{R_i}$	Voltage gain (noninverting)
$A_{cl(VF)} = 1$	Voltage gain (voltage-follower)
$A_{cl(I)} = -\frac{R_f}{R_i}$	Voltage gain (inverting)
$R_{in(NI)} = (1 + A_{ol} B) R_{in}$	Input resistance (noninverting)
$R_{out(NI)} = \frac{R_{out}}{1 + A_{ol} B}$	Output resistance (noninverting)
$R_{in(VF)} = (1 + A_{ol}) R_{in}$	Input resistance (voltage-follower)
$R_{out(VF)} = \frac{R_{out}}{1 + A_{ol}}$	Output resistance (voltage-follower)
$R_{in(I)} \cong R_i$	Input resistance (inverting)
$R_{out(I)} = \frac{R_{out}}{1 + A_{ol} B}$	Output resistance (inverting)

19. Basic Op-Amp Circuits (19.1-19.6)

$V_{REF} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (+V)$	Comparator reference voltage
$V_{OUT} = -(V_{IN1} + V_{IN2} + \dots + V_{INn})$	n -input adder
$V_{OUT} = -\frac{R_f}{R} (V_{IN1} + V_{IN2} + \dots + V_{INn})$	Summing amplifier with gain
$V_{OUT} = -(\frac{R_f}{R_1} V_{IN1} + \frac{R_f}{R_2} V_{IN2} + \dots + \frac{R_f}{R_n} V_{INn})$	Scaling adder
$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta t} = -\frac{V_{in}}{R_i C}$	Rate of change in integrator
$V_{out} = -\left(\frac{V_c}{t}\right) R_{fC}$	Differentiator output with ramp input
$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{3}$	Lead-lag gain (attenuation) at f_r
$f_r = \frac{1}{2\pi RC}$	Lead-lag resonant frequency
$V_{UTP} = +V_{max} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)$	Upper trigger point, triangular-wave oscillator
$V_{LTP} = -V_{max} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)$	Lower trigger point, triangular-wave oscillator
$f = \frac{1}{4R_1 C} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)$	Frequency of oscillation, triangular-wave oscillator
$V_{out} = \left(\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$	Output of one-pole filter (low-pass only)
$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$	Critical frequency of two-pole filter (low-pass)
$V_{out} = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$	Output of on-pole filter (high-pass only)
$f_{c1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$	Lower critical frequency of band-pass filter
$f_{c2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_3 R_4 C_3 C_4}}$	Upper critical frequency of band-pass filter
$f_r = \sqrt{f_{c1} f_{c2}}$	Center frequency of a band-pass filter
$Load\ regulation = \left(\frac{R_{OUT}}{R_{FL}}\right) 100\%$	Load Regulation
$A_{cl} = 1 + \frac{R_2}{R_3}$	Closed-loop voltage gain, voltage regulator
$V_{OUT} = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) V_{REF}$	Series regulator output voltage

21. Measurement, Conversion and Control (21.1-21.5)

$R = \frac{\rho L}{A}$	Resistance of a wire
$GF = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L}$	Gauge factor of a strain gauge